Ueber die Reibung zwischen Rad und Schiene bei elektrischen Lokomotiven mit einzeln angetriebenen und mit gekuppelten Treibachsen

---

Von der
Technischen Hochschule zu Breslau
zur
Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs genehmigte

Dissertation.

Vorgelegt von Regierungsbaumeister

Alfred Otter
aus Korntal.

Referent:
Prof. Georg Lotter

Korreferent:
Prof. Dr.-Ing. Euler

Tag der mündlichen Prüfung: 3. Dezember 1931.

Spezialdruckerei für Dissertationen Dr. Hermann Eschenhagen KG., Ohlau i. Schl.

1932

*26377

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

Meinen lieben Eltern gewidmet.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41543117_0005

Kurzer Auszug aus dem Inhalt nebst Verzeichnis.

I. EINLEITUNG.

Veranlassung und Ziel der vorliegenden Arbeit: Seite

Versuche über die Ausnutzung des Reibungsgewichtes ausgeführter elektrischer Lokomotiven nach Dr.-Ing. Wichert und Müller-Genf. Aufsuchung und womöglich mathematische Erfassung der Einflüsse, die die Zugkraft im Hinblick auf Reibungsgewicht und Reibungswert bestimmen. 1

Grundlagen der versuchten Lösung:

Allgemeine Erörterung wichtiger Grundbegriffe, wie der Beziehungen zwischen Raddruck, Reibungswert und Reibungszugkraft, ... 3

des Reibungswertes und der seine Größe bestimmenden Umstände. 4

Zusammenfassende Angabe der Ursachen von statischen und dynamischen Veränderungen des Raddruckes. 17

Einteilung der elektrischen Lokomotiven nach der Bauart ihres Antriebs für die Zwecke der Untersuchung. 18

Die Bearbeitung selbst gliedert sich in die folgenden drei Teile:

II. ALLGEMEINER TEIL.

Erörterung der den Reibungswert oder den Raddruck bestimmenden Einflüsse und ihre mathematische Darstellung in allgemeiner Form:

1. Beschreibung der Fahrt der leerlaufenden und ziehenden Lokomotive durch eine Bahnkrümmung, wobei das Auftreten verschieden großer Reibungswerte zwischen den einzelnen Rädern und den Schienen sowie verschieden großer Raddrücke der Räder berücksichtigt wird. 21
2. Erörterung über den Einfluß des Schlingerns der Lokomotive auf den Reibungswert bei der Fahrt im geraden Gleis und in der Krümmung. 37
3. Berechnung der Raddruckänderungen der Lokomotive, die sich unter dem Einfluß ihres Bäumungsmomentes bei der Ausübung von Zugkraft, einschließlich der zur Ueberwindung der Lokomotivwiderstände nötigen Zugkraft, ergeben. 39
4. Berechnung der Raddruckänderungen der Lokomotive, die durch senkrechte Komponenten der Triebwerkskräfte auf den Rahmen und die Achsen hervorgerufen werden. 43
5. Berechnung der Raddruckänderungen der Lokomotive, die sich auf einer Steigung durch Lagenänderung der Schwerlinie in Bezug auf die Achsen ergeben. 47

Seite

6. Erörterung über den Einfluß von Unebenheiten des Geleises auf die Raddrücke der Lokomotive. 50

7. Erörterung über den Einfluß von Verschiebungen des Schwerpunktes beweglicher Teile der Lokomotive auf die Raddrücke. . 52

8. Erörterung über den Einfluß der Beschleunigung oder Verzögerung der Lokomotivmasse auf die Raddrücke. 52

III. SPEZIELLER TEIL.

Untersuchung der nach Antriebsbauarten in drei Hauptgruppen eingeteilten Lokomotiven und Anwendung der im Teil II gewonnenen mathematischen Beziehungen auf diese. Erörterung über die Bedeutung der Charakteristik der Fahrmotoren im Rahmen dieser Untersuchung. 55

a) Untersuchung der Lokomotive mit einzeln angetriebenen Achsen. 58

b) Untersuchung der Lokomotive mit mehreren Gruppen von miteinander gekuppelten Achsen. 60

c) Untersuchung der Lokomotive mit einer Gruppe von miteinander gekuppelten Achsen. 64

IV. ANWENDUNGS-BEISPIELE.

Erläuterung des Berechnungsganges an Hand von aus Gründen der Einfachheit idealisierten Beispielen, die das Verhalten der geschilderten drei Hauptgruppen von Antrieben elektrischer Lokomotiven im Hinblick auf die Ausnutzung der Schienenreibung zeigen. Festsetzung einer Reihe verschiedener Betriebsbedingungen, für die diese Lokomotiven rechnerisch untersucht werden sollen. . 67

a) Ermittelung der Raddruckänderungen aus dem Bäumungsmoment des für die drei gewählten Antriebsbauarten gleichen Fahrzeugs. . 70

b) Ermittelung der Raddruckänderungen des Fahrzeugs auf der angenommenen Steigung. 72

c) Erörterung über mögliche Raddruckänderungen durch senkrechte Komponenten von Triebwerkskräften bei den gewählten Antrieben. 73

d) Ermittelung der Einstellung des leerlaufenden Fahrzeugs in verschiedenen Krümmungen. 75

e) Ermittelung der Ausnutzung der Schienenreibung bei einer Lokomotive der Bauart „D_0“. 80

f) Ermittelung der Ausnutzung der Schienenreibung bei einer Lokomotive der Bauart „BB“. 92

g) Ermittelung der Ausnutzung der Schienenreibung bei einer Lokomotive der Bauart „D“. 97

Zusammenfassende Erörterung der Ergebnisse aus den drei Rechnungsbeispielen, Vergleich der drei Lokomotivbauarten untereinander. Erörterung über die Auswirkung von Aenderungen in der Bauweise des Fahrzeugteils der Lokomotiven bei gleichbleibenden Antrieben auf die Ausnutzung der Schienenreibung. 100

V. RÜCKSCHAU UND SCHLUSSFOLGERUNGEN.

Seite

Vergleich der Ergebnisse aus den Rechnungsbeispielen mit den im Teil I erwähnten Versuchsergebnissen. 105

Anregung zur Durchführung planmäßiger Versuche mit dem Ziele, eine Bestätigung für die in vorliegender Arbeit niedergelegten theoretischen Anschauungen und Unterlagen für die Art und Größe der durch Rechnung bislang nicht erfaßten Einflüsse von unregelmäßigen Bewegungen der Lokomotive auf die Ausnutzung der Schienenreibung zu gewinnen. 109

ANHANG.

Verzeichnis aller vorkommenden Formelzeichen nebst Erklärung. . 113

Literaturverzeichnis. 119

Lebenslauf. . . . . —

I. Einleitung.

Den Anlaß zu den folgenden Untersuchungen gaben Veröffentlichungen von Wichert[1] und Müller-Genf[2] über Versuche zur Ermittelung der Reibungszugkraft elektrischer Vollbahnlokomotiven bei verschiedenen Fahrgeschwindigkeiten. Ihr Ziel ist eine möglichst weitgehende, theoretische Erforschung und Zusammenstellung aller der Einflüsse, die bei der ziehenden Lokomotive den praktisch höchst erreichbaren Reibungswert (künftig kurz mit „Praktischer Reibungswert μ_p" bezeichnet) bestimmen. Hierbei wird als praktischer Reibungswert das Verhältnis der unter gegebenen Umständen höchst möglichen Reibungszugkraft der Lokomotive zu ihrem Reibungsgewicht angesehen.

In Bild 1 sind die bei Versuchsfahrten mit einer Lokomotive der Gattung E 16 (1-D_0-1) der Deutschen Reichsbahn-Gesellschaft von Wichert[1] ermittelten praktischen Reibungswerte für trockene und feuchte Schienen wiedergegeben. Die Versuche wurden auf einer annähernd ebenen und wenig gekrümmten Strecke durchgeführt. Trotz der starken Streuung der ermittelten Versuchspunkte nahm Wichert an, daß man aus den ausgezogenen Linien in Bild 1 für die genannte Lokomotivbauart charakteristische, bei trockenen bezw. feuchten Schienen erreichbare Höchstreibungswerte für irgend eine Fahrgeschwindigkeit des Versuchsbereiches entnehmen könne.

Gleichartige Versuche sind auch von Müller-Genf[2] mit verschiedenen Lokomotiven der Schweizerischen Bundesbahnen und der Lötschbergbahn durchgeführt worden. Die bei der Fahrt auf trockenen und feuchten Schienen für verschiedene Fahrgeschwindigkeiten ermittelten praktischen Reibungswerte sind in Bild 2 eingezeichnet. Die Linien I und II sollen angenähert die Grenzen bezeichnen, unterhalb derer kein Schleudern der Treibräder eintritt. Auch diesen Ver-

1) Elektrische Bahnen 1927, S. 71.
2) Elektrotechnische Zeitschrift 1928, S. 17.

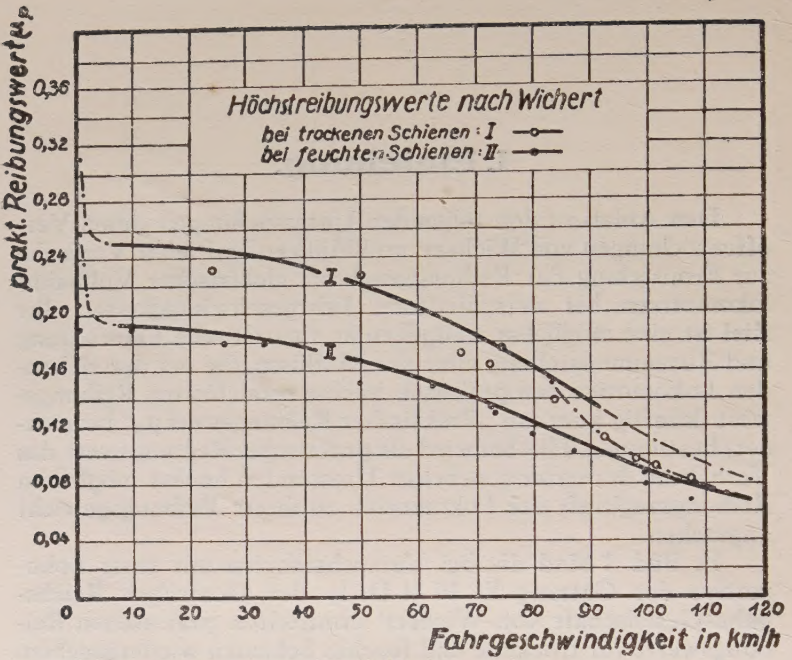

Bild 1

suchen ist eine starke Streuung der Versuchspunkte eigentümlich. Da die Form und Lage der Schleudergrenzlinien in den Bildern 1 und 2 beträchtlich voneinander abweichen, setzte eine lebhafte Diskussion der Versuchsergebnisse in der Fachliteratur[3] ein. Zu einer genaueren Klärung der dabei aufgeworfenen Fragen kam es jedoch nicht. Die Verschiedenheit der beiderseitigen Ergebnisse wurde im Wesentlichen nur durch den Hinweis auf die verschiedene Bauart der untersuchten Lokomotiven und die verschiedenartige Beschaffenheit der Versuchsstrecken begründet.

Es soll nun im Folgenden untersucht werden, ob und wie bestimmte Bauformen der Triebwerke und Fahrzeuge elektrischer Lokomotiven den praktischen Reibungswert „μ_p“ bei

3) Elektrische Bahnen 1928, S. 192.

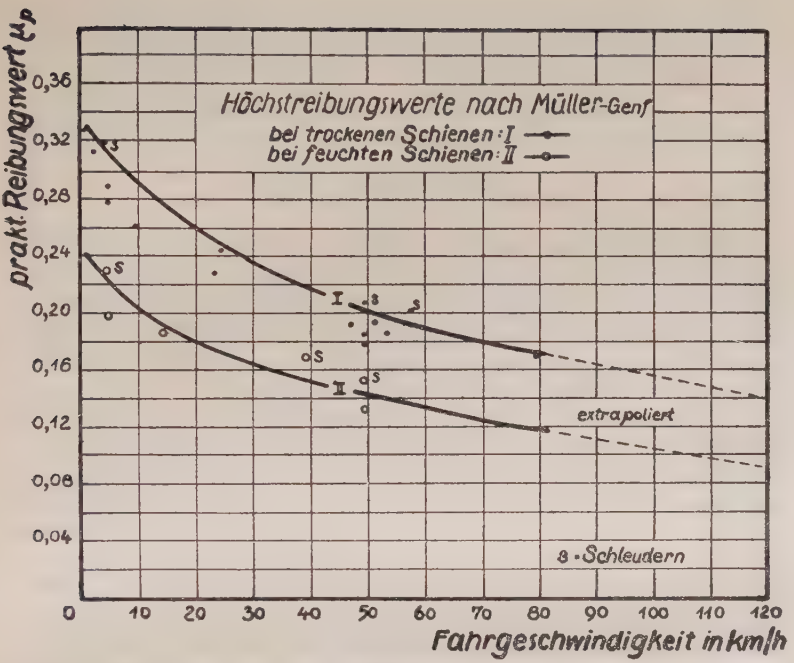

Bild 2

verschiedenen Fahrgeschwindigkeiten beeinflussen, und versucht werden, womöglich die mathematischen Grundlagen der einschlägigen Gesichtspunkte anzugeben. Die damit gestellte Aufgabe ist sehr umfangreich und berührt teilweise physikalisch schwierige und noch wenig durchforschte Gebiete. Ohne umfangreiche Versuche an ausgeführten Lokomotiven ist sie überhaupt nicht ganz lösbar, weshalb die folgenden rein theoretischen Untersuchungen auch nur als Bausteine gewertet werden können.

Zur Fortbewegung eines Eisenbahnzuges im Beharrungszustand muß die Lokomotive seine gesamten Fahrwiderstände durch eine in ihr aufzubringende Zugkraft überwinden. Die Zugkraft der elektrischen Lokomotive ist zunächst einmal durch die Leistungsfähigkeit ihrer Fahrmotoren begrenzt; sie kann aber andererseits auch nicht größer werden, als dies die Reibung zwischen ihren Treibrädern und den Schienen zuläßt. Bedeuten

„Z“ die Zugkraft in t, bezogen auf den Treibradumfang,
„μ“ den Reibungswert zwischen Rad und Schiene und
„ΣQ“ das Reibungsgewicht, d. h. die gesamte Last der Treibräder einer Lokomotive auf die Schienen in t,

so ist die Zugkraft nach dem Coulomb'schen Reibungsgesetz

$$Z = \mu \cdot \Sigma Q \quad \text{t.} \tag{1}$$

Die beiden Faktoren auf der rechten Seite der Gl (1), nämlich der Reibungswert „μ“ und das Reibungsgewicht „Σ Q“, unterliegen im praktischen Betriebe fortgesetzt Schwankungen, deren Ausmaß von der Beschaffenheit des Gleises und der Bauart der Lokomotive, aber auch von ihrer Fahrgeschwindigkeit und der Höhe ihrer Belastung abhängen.

Die Bedeutung, die dem Reibungswert zwischen Rad und Schiene im Rahmen dieser Untersuchung zukommt, rechtfertigt es, zunächst auf das Wesen der Reibung selbst und auf einige wichtige Vorarbeiten einzugehen, die früher auf diesem Gebiete geleistet worden sind. Obwohl sich die spätere Untersuchung allein mit der ziehenden Lokomotive befaßt, werden im folgenden Abschnitt auch Gedanken und Versuche über gebremste Eisenbahnfahrzeuge mitgeteilt, da es für die Größe des Reibungswertes nicht erheblich ist, ob die Zugkraft im Berührungspunkt von der Schiene zum Rade oder vom Rad zur Schiene geleitet wird.

Man denke sich ein zweiachsiges masseloses Eisenbahnfahrzeug (Bild 3) auf ebenem Geleise still stehend, dessen Hinterachse durch Kräfte „p, p“, auf eine besondere Bremstrommel wirkend, festgebremst sein soll, während seine Vorderachse ungebremst ist und auch keinerlei Reibungswiderstände hervorrufen soll. Jedes Hinterrad werde von der Last „Q“ gegen die Schienen gedrückt. Um möglichst übersichtliche Verhältnisse zu haben, sollen die Räder zylindrische Laufflächen und keine Spurkränze besitzen. An diesem Fahrzeug greift nun in der Gleisrichtung in Achshöhe eine veränderlich gedachte Zugkraft „Z“ an. Sie wird nicht imstande sein, das gebremste Fahrzeug von der Stelle zu bewegen, wenn das Verhältnis

$$\frac{Z}{2\,Q} = \mu$$

unterhalb einer gewissen Grenze bleibt. Man sagt in diesem

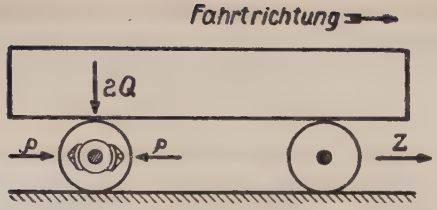

Bild 3

Falle, die Hinterräder „haften" infolge der Reibung an den Schienen. Der Höchstwert dieses Verhältnisses

$$\frac{Z^{max}}{2\,Q} = \mu_0,$$

bei dem ein Gleiten gerade noch vermieden ist, das Fahrzeug also in Ruhe bleibt, stellt den Grenzwert der Haftreibung oder kurz den „Haftreibungswert μ_0" dar.

Streng genommen bleibt freilich das Fahrzeug auch bei vollkommener Haftreibung nicht auf der Stelle stehen, wenn die Zugkraft „Z" darauf einwirkt. Sie ruft nämlich infolge der Reibung in der Berührungsfläche zwischen dem durch die Bremswirkung festgestellten Rade und der Schiene Schubspannungen und diese ihrerseits wieder Dehnungen der Rad- und Schienenoberfläche hervor (Bild 4). Dadurch vermag sich das Fahrzeug, ohne zu gleiten, auch bei vollkommen festgebremster Hinterachse um ein Geringes in Richtung der Zugkraft zu bewegen. Die Größe dieser Bewegung ist zwar, solange Haftreibung zwischen den Hinterrädern und den Schienen besteht, außerordentlich klein, aber doch stets proportional der Zugkraft „Z" und der Elastizität von Schiene und Rad.

Würde man bei unverändertem Raddruck „Q" die Zugkraft „Z" über den vorhin genannten Höchstwert „Z^{max}" hinaus zu steigern versuchen, so wird das Fahrzeug sich unter Gleiten der Hinterräder von der Stelle bewegen und die zur Ueberwindung der Gleitreibungswiderstände nötige Zugkraft „Z" wird, nachdem die Gleitbewegung einmal eingeleitet ist, unter den Höchstwert „Z^{max}" sinken. Zwar herrscht zwischen den gebremsten Rädern und den Schienen immer noch Reibung; Rad und Schiene haften aber nicht mehr aneinander,

sondern gleiten mit einer gewissen Geschwindigkeit aufeinander. Die Gleichung

$$\frac{Z}{2 \cdot Q} = \mu$$

gilt auch bei Gleiten zwischen Rad und Schiene. Der Reibungswert „μ" ist stets kleiner als der Haftreibungswert „μ_0" und tritt sowohl in dem Gebiete der rein elastischen Verformung im Berührungspunkte von Rad und Schiene bei Zugkräften $< Z^{max}$ als auch in dem Gebiete wirklichen Gleitens auf, in dem er künftig mit „Gleitreibungswert μ" bezeichnet wird.

Man denke sich nun die Bremswirkung an der Hinterachse des Fahrzeugs soweit vermindert, daß die Hinterräder unter der Wirkung der Zugkraft „Z" gerade noch — ohne zu gleiten — auf den Schienen rollen können. Das Fahrzeug wird sich dann schon vor Erreichung der höchsten Zugkraft „Z^{max}" in Bewegung setzen. An den Berührungsstellen zwischen den Rädern und Schienen werden aber ebenfalls Schubspannungen

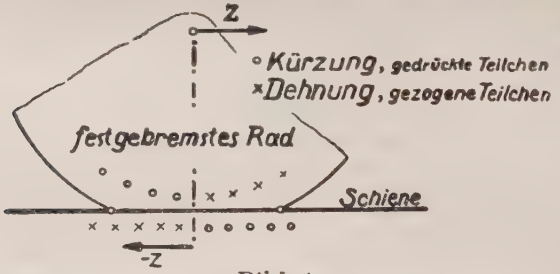

Bild 4

und entsprechende Dehnungen des Rad- und Schienenmaterials auftreten wie bei festgebremster Hinterachse. Diese Dehnungen bewirken eine Längung an der Einlaufseite und eine Kürzung an der Auslaufseite des Radumfanges. Dementsprechende Längenänderungen, jedoch mit umgekehrten Vorzeichen, erleidet auch die Schiene. Die Dehnungen sind in Bild 4 durch Kreuze, die Kürzungen durch Ringe angedeutet. Beim Abrollen des gebremsten Rades auf der Schiene treffen nun immer gedehnte Radumfangsteilchen mit verkürzten Schienenkopfteilchen zusammen, weshalb beim Bremsen die

Radumfangsgeschwindigkeit um einen gewissen Betrag hinter der Fahrgeschwindigkeit des Fahrzeugs zurückbleiben wird.

Wie beim eben betrachteten gebremsten Rade tritt in umgekehrtem Sinne auch bei ziehenden Rädern einer Lokomotive stets ein gewisser Unterschied zwischen ihrer Umfangsgeschwindigkeit und der Geschwindigkeit des Fahrzeugs auf. Holmhotz[4] hat dieser Erscheinung im Jahre 1923 gelegentlich einer Untersuchung über die Seitenschlüpfung rollender Fahrzeuge unter der Wirkung geringer Kräfte Erwähnung getan. Obwohl es sich bei der genannten Untersuchung um den Einfluß quer zur Bahnrichtung wirkender Kräfte und demzufolge auch um Querverschiebungen des Fahrzeugs handelte, ist die dort betrachtete Erscheinung hinsichtlich ihrer physikalischen Ursachen der oben erörterten gleich.

In seiner Veröffentlichung „Schiene und Rad" verfolgt Lorenz[5] den ganzen Vorgang der Kraftübertragung zwischen beiden rechnerisch und vergleicht seine Ergebnisse mit denen entsprechender Versuche von Sachs[6]. Die infolge der elastischen Dehnungen des Rad- und Schienenmaterials auftretenden Unterschiede zwischen der Radumfangsgeschwindigkeit und der Fahrgeschwindigkeit bleiben in der Größenordnung von wenigen Tausendsteln der Fahrgeschwindigkeit, woraus sich auch erklärt, daß die genaue Beobachtung und Messung dieser Unterschiede bisher nur bei Prüfstandsversuchen gelungen ist.

Die den Geschwindigkeitsunterschieden im elastischen Bereich entsprechenden Wegeunterschiede eines Radumfangsteilchens gegenüber z. B. dem Fahrzeugschwerpunkte in der Bahnrichtung sind von Lorenz wie auch früher von Jahn[7] als „scheinbare Schlüpfung" bezeichnet worden. Im praktischen Eisenbahnbetriebe ist der Zustand der Schienen oft von Punkt zu Punkt verschieden, dementsprechend auch der Haftreibungswert, der insbesondere durch Feuchtigkeit auf den Schienen stark beeinflußt wird. Zieht man daneben noch die Möglichkeit seitlicher Bewegungen der Lokomotive infolge des Spurkranzspieles in Betracht, so dürfte man nur selten darauf rechnen können, daß zwischen einem treibenden Rade

4) Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens 1923, S. 240.
5) Glasers Annalen 1928, Bd. 103, S. 1, und Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure 1928, Bd. 72, S. 173.
6) Maschinenbau 1924, Heft 7, S. 168.
7) Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure 1918, Bd. 62, S. 121.

und der Schiene eine physikalisch einwandfreie Rollbewegung stattfindet. Auch bei den Eingangs erwähnten Versuchen von Wichert und Müller-Genf sind bei höheren Fahrgeschwindigkeiten wahrscheinlich gleitende Bewegungen zwischen den Treibrädern und den Schienen aufgetreten, sodaß den aus den Versuchsergebnissen errechneten Reibungswerten nicht Haftreibung im Sinne der früher gegebenen Begriffsbestimmung, sondern zumindest an einigen Treibrädern der Lokomotiven mit Einzelachsantrieb Gleitreibung bei im praktischen Eisenbahnbetrieb noch ohne weiteres zulässigen geringen Gleitgeschwindigkeiten zugrunde gelegen haben dürfte.

Versuche zur Ermittelung der Haft- und Gleitreibungswerte zwischen stählernen Radreifen und Stahlschienen sind in früherer und neuerer Zeit in großer Zahl durchgeführt worden. Bei der Mehrzahl der hier besonders interessierenden Betriebsversuche mit Eisenbahnfahrzeugen wurde eine einwandfreie Scheidung der Vorgänge der Haftreibung und der Gleitreibung nicht versucht, oder doch mit den angewendeten Mitteln nicht erreicht, weshalb es große Schwierigkeiten bereitet, aus dem bis jetzt bekanntgewordenen Versuchsmaterial brauchbare Reibungswerte für die Zwecke der folgenden Untersuchungen zu gewinnen.

Zeitlich wohl an erster Stelle stehen die schon im Jahre 1851 ausgeführten Versuche von Poirée[8]. Bei diesen Versuchen war ein von einer Dampflokomotive gezogener Güterwagen von 3 400 kg Gewicht derart gebremst worden, daß sich seine Räder mit einer von der Fahrgeschwindigkeit nur wenig abweichenden Umfangsgeschwindigkeit drehen konnten. Besondere Hilfsmittel zur Feststellung der Umfangsgeschwindigkeit der gebremsten Räder standen Poirée nicht zur Verfügung, seine sämtlichen Meßpunkte sind nach seinen Angaben im Augenblick des Eintretens von Funkensprühen zwischen den gebremsten Rädern und den Schienen aufgenommen worden. Gemessen wurde allein die Zugkraft am Haken des Wagens und die Fahrgeschwindigkeit der Lokomotive. Die Messungsergebnisse sind in Bild 5 wiedergegeben.

Man sieht aus Bild 5, daß die Reibungswerte mit zunehmender Fahrgeschwindigkeit merklich abnehmen. Nach dem

8) Memoires et Comptes rendues des trav. de la Soc. des Ing. Civ. à Paris 1852, S. 110.

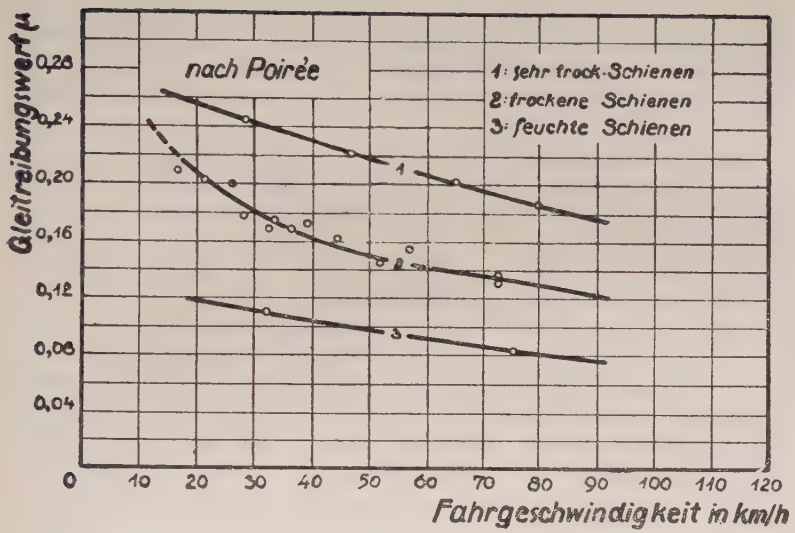

Bild 5

Versuchsbericht von P o i r é e können aber die aus den Messungen ermittelten Reibungswerte nicht als Haftreibungswerte angesprochen werden; es dürfte sich vielmehr um Gleitreibungswerte bei verhältnismäßig geringen Gleitgeschwindigkeiten „v_g" zwischen Rad und Schiene handeln. Unter der Gleitgeschwindigkeit „v_g" ist der Unterschied zwischen der Umfangsgeschwindigkeit des betrachteten Rades und der Fahrgeschwindigkeit des Eisenbahnfahrzeugs zu verstehen.

Da die Höhe dieser Gleitgeschwindigkeiten bei den Versuchen nicht gemessen werden konnte, können die von P o i r é e angegebenen Reibungswerte für die Zwecke der vorliegenden Untersuchung nicht nutzbar gemacht werden.

Unter den vorigen ziemlich ähnlichen Bedingungen wurden von G a l t o n[9] Versuche zur Erforschung der Bremswirkung bei Eisenbahnwagen angestellt. Im Gegensatz zu P o i r é e steigerte jedoch G a l t o n den Bremsdruck soweit, daß die gebremste Achse zum Stillstand kam und nun mit der gerade herrschenden Fahrgeschwindigkeit über die Schiene glitt. Die Zugkraft und Fahrgeschwindigkeit wurden im Au-

9) Engineering, Band 25, S. 469 f.

genblick des Eintritts dieses Gleitens gemessen. Die von Galton aus seinen Versuchen errechneten Reibungswerte (Bild 6) sind zwar Gleitreibungswerte, deren zugehörige Gleitgeschwindigkeiten bekannt sind. Bei dem geschilderten Ver-

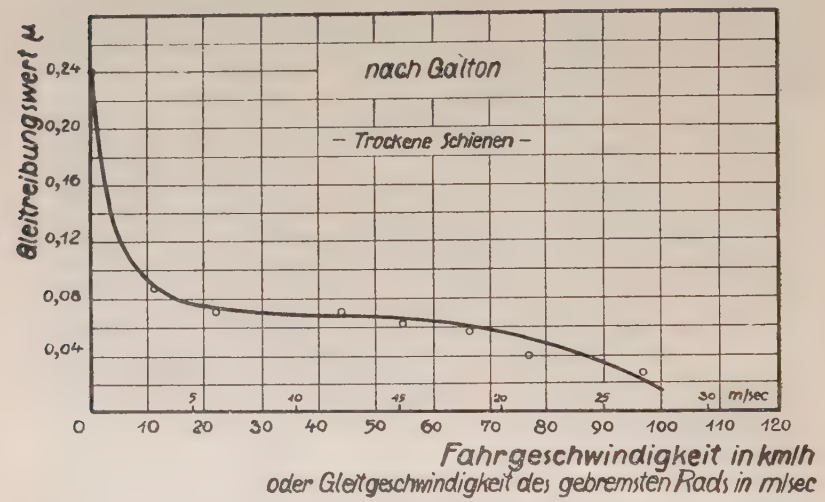

Bild 6

suchsverfahren wurden jedoch durch das Blockieren der gebremsten Räder die Radreifen an der Berührungsstelle zwischen Rad und Schiene unzulässig erhitzt und ebengeschliffen, wodurch das Messungsergebnis mit ziemlicher Unsicherheit über die Beschaffenheit des Rad- und Schienenmaterials im Versuchszustand behaftet ist.

In seiner Veröffentlichung „Die Beziehungen zwischen Rad und Schiene hinsichtlich des Kräftespiels und der Bewegungsverhältnisse" berichtet Jahn[10] über von ihm durchgeführte Modellversuche zur Ermittelung von Reibungswerten zwischen Rad und Schiene. Er benutzt hierzu einen rund 107 kg schweren Rollkörper aus Flußstahl (Bild 7), den er auf beliebig neigbaren stählernen Schienen abrollen bzw. abgleiten läßt. Durch Bremsbacken, deren Kräfte über Kugellager auf die

10) Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure 1918, Bd. 62, S. 121.

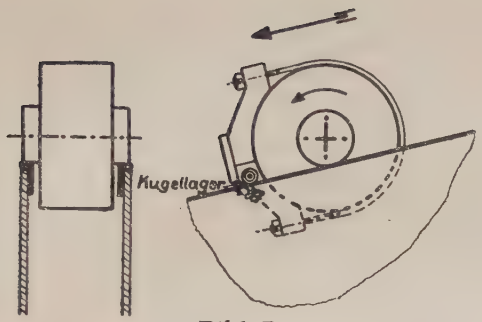

Bild 7

Schienen übertragen werden, kann eine veränderliche Umfangskraft auf den Rollkörper ausgeübt werden. Um auch den umgekehrten Fall des treibenden Rades an diesem Modell stu-

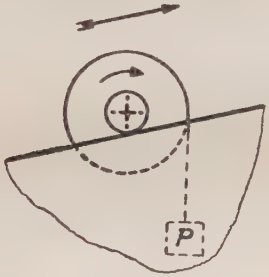

Bild 8

dieren zu können, ließ J a h n den Rollkörper durch eine Umfangskraft (in Bild 8 nur schematisch angedeutet) auf den geneigten Schienen hochziehen. Die ausgeführten Messungen ergaben für den gebremsten Rollkörper als höchsten H a f t reibungswert bei sorgfältig gereinigten trockenen Schienen

$$\mu_0 = 0{,}26$$

und für den bergauftreibenden Rollkörper

$$\mu_0 = 0{,}28.$$

Auf die einzelnen außerordentlich interessanten Feststellungen, die J a h n im Verfolg seiner Versuche machen konnte,

kann hier nicht näher eingegangen werden. Ein Teil davon ist bereits in den allgemeinen Erörterungen über den Reibungsvorgang enthalten. Hier sei nur noch die Schlußfolgerung Jahn's aus seinen Versuchen hinzugefügt, daß nämlich die Schlüpfung zwischen dem treibenden oder bremsenden Rad und der Schiene, gleichgültig ob es sich um eine scheinbare Schlüpfung im elastischen Bereich oder um eine wirkliche Schlüpfung im Gleitbereich handelt, unabhängig von der Rollgeschwindigkeit sei. Der Reibungswert „μ" hänge allein von der Größe der scheinbaren oder wirklichen Schlupfgeschwindigkeit, d. h. der Gleitgeschwindigkeit, ab und sei also von der Rollgeschwindigkeit, d. h. der Fahrgeschwindigkeit, ebenfalls unabhängig. Da bei diesen Versuchen aber die Schlüpfung nur in der Dimension eines „Weges", nicht aber in der einer Geschwindigkeit, nämlich als Unterschied der Geschwindigkeit der Fortbewegung des Schwerpunktes des Rollkörpers und seiner Umfangsgeschwindigkeit, gemessen wurde und nähere Angaben über die Rollgeschwindigkeit des Versuchskörpers nicht gemacht sind, so lassen sich die von Jahn gefundenen Reibungswerte nicht in Beziehung zu einer bestimmten Gleitgeschwindigkeit bringen.

Im Jahre 1923 wurden von J. Buchli [11] weitere Versuche zur Ermittelung von Reibungswerten zwischen Rad und Schiene angestellt, um den Einfluß der Quergleitung beim Durchfahren von Bahnkrümmungen auf den Reibungswert zu klären. Diese Untersuchungen wurden ebenfalls an einem Modell durchgeführt, von dem hier eine kurze Beschreibung gegeben werden soll. An die genau zylindrisch gedrehte Mantelfläche der Planscheibe einer Horizontaldrehbank wird eine kleine, schmiedeeiserne Rolle mit veränderlichem Druck angepreßt. Die Rolle ist im Support der Drehbank auf Wälzlagern gelagert und kann mit diesem in achsialer Richtung verschoben werden; die hierfür erforderliche Kraft wird gemessen. Die Planscheibe mit ihrem großen Durchmesser entspricht der Schiene, die Rolle dem Lokomotivrade, das wie beim Krümmungslauf quer zur Bewegungsrichtung auf der Schienenebene gleiten kann. An der Achse dieser Rolle ist eine Bremsvorrichtung angebracht, wodurch Umfangskräfte von bekannter Größe von der Planscheibe auf die Rolle übertragen werden können. Bei den Versuchen wurde die zur Einleitung einer

11) Schweizerische Bauzeitung 1923, Bd. 82, S. 119.

Seitenverschiebung der Rolle nötige Kraft gemessen, und zwar einmal bei Stillstand der Planscheibe, hernach mit verschiedenen Umfangsgeschwindigkeiten der Planscheibe und leerlaufender Rolle (Laufrad) und zuletzt bei laufender Planscheibe und verschieden stark gebremster Rolle (gebremstes Rad).

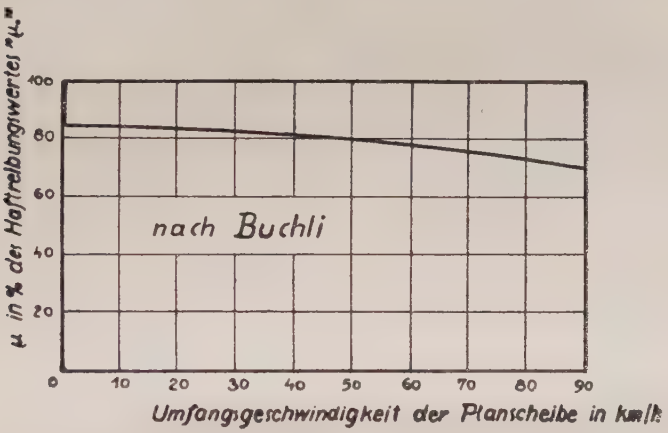

Bild 9

Aus den Messungsergebnissen sei hier nur der angenäherte Verlauf des Reibungswertes „μ" bei laufender Planscheibe und leerlaufender Rolle in Prozenten des bei stillstehender Planscheibe gemessenen H a f t reibungswertes „μ_0" wiedergegeben (Bild 9). Beim Uebergang der Planscheibe vom Stillstand zur Bewegung sank der Reibungswert plötzlich, sodaß Buchli hier eine Unstetigkeitsstelle annahm. Da die Versuche nur Reibungsziffern von Flußeisen auf Grauguß ergaben, und da keine Angaben über die Höhe der aufgetretenen Gleitgeschwindigkeiten gemacht sind, beschränkt sich ihre Verwertung in dieser Untersuchung auf den rein gedanklichen Vergleich mit den früher angeführten theoretischen Ueberlegungen von Helmholtz und Lorenz.

In seiner Veröffentlichung „Eine neue Theorie der Riffelbildung" sucht W i c h e r t [12] auch die Frage zu klären, welchen Verlauf der Reibungswert „μ" mit zunehmender Gleit-

12) Verkehrstechnik 1921, S. 109.

geschwindigkeit nimmt. Er erwähnt dabei auch Versuche, die im Jahre 1877 von Kimball[13] zur Ermittelung der Reibung zwischen gleitenden Flächen angestellt wurden, und führt aus dessen Ergebnissen wörtlich folgendes an:

„Der Reibungskoeffizient ist bei kleinen Gleitgeschwindigkeiten klein. Er wächst zunächst rasch, dann mehr allmählich mit der Gleitgeschwindigkeit bis zu einem gewissen Wert, der abhängig ist von der Natur der sich berührenden Oberflächen und der Stärke der Pressung. Eine Zunahme der letzteren verschiebt das Maximum in Richtung kleinerer Gleitgeschwindigkeiten. Je nachgiebiger andererseits die Materialien sind, zwischen denen Reibung stattfindet, umsomehr liegt es im Bereich größerer Gleitgeschwindigkeiten."

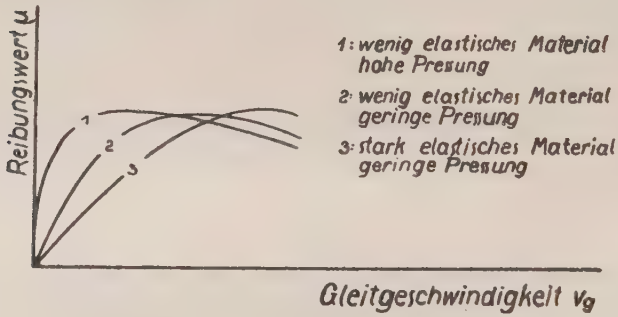

Bild 10

Bild 10 zeigt in drei typischen Linien den Verlauf der von Kimball gefundenen Reibungswerte in Abhängigkeit von der Gleitgeschwindigkeit „v_g". Welche absoluten Größen des Reibungswertes und der Gleitgeschwindigkeit bei diesen Versuchen ermittelt wurden, ist dem Verfasser nicht bekannt. Zieht man aber die Ergebnisse der Versuche von Sachs[14], über die er in seiner Veröffentlichung „Einige Gesichtspunkte für die Konstruktion von Reibungstrieben" berichtet, zum Vergleich heran, so findet man, daß es sich bei Kimball um sehr kleine Gleitgeschwindigkeiten und wesentlich elasti-

13) Sillimans American Journal of Science, Bd. XIII, S. 353. Auszug in den Annalen der Physik und Chemie 1879, Bd. 1.
14) Maschinenbau 1924, Heft 7, S. 168.

schere Stoffe als Stahl gehandelt haben muß. Sachs fand z. B., daß der Höchstreibungswert von Flußeisen auf Flußeisen schon bei einer Gleitgeschwindigkeit von nur etwa 0,055 m/sek oder 0,2 km/h liegt.

Aus den im Vorhergehenden angeführten Ueberlegungen und Versuchen kann man nun über die Reibung zwischen Rad und Schiene zusammenfassend folgendes aussagen:

„Der Reibungswert als Verhältnis der Umfangskraft eines treibenden oder bremsenden Rades zu seiner Belastung senkrecht auf die Schiene hängt von der Größe der Gleitgeschwindigkeit „v_g" zwischen Rad und Schiene ab. Beim leerlaufenden Rade ist „v_g" $= 0$, die Radumfangsgeschwindigkeit ist gleich der Fahrgeschwindigkeit. Geringe Gleitungen treten schon durch elastische Verformung der Oberflächenteilchen von Rad und Schiene ein, größere Gleitgeschwindigkeiten hingegen setzen Gleiten des Rades auf der Schiene, u. U. sogar sichtbares Schleudern, voraus. Beim treibenden Rade hat die Gleitgeschwindigkeit die Richtung der Fahrgeschwindigkeit, die Radumfangsgeschwindigkeit ist größer als die Fahrgeschwindigkeit. Beim bremsenden Rade hingegen ist die Richtung der Gleitgeschwindigkeit der Fahrtrichtung entgegen, die Radumfangsgeschwindigkeit wird deshalb kleiner als die Fahrgeschwindigkeit sein. Bis zu einem gewissen Verhältnis von Zugkraft und Raddruck, das früher als Haftreibungswert „μ_0" definiert wurde, nimmt die Gleitgeschwindigkeit mit steigender Zugkraft nur sehr wenig zu. In diesem Bereich ist elastische Verformung der Oberflächenteilchen von Rad und Schiene durch Zug- und Druckspannungen (Bild 4) die Ursache des sogenannten scheinbaren Gleitens. Bei einer Steigerung der Zugkraft über die Haftreibungsgrenze hinaus, deren Absolutwert von der Beschaffenheit der Berührungsflächen abhängt, treten größere Gleitgeschwindigkeiten auf. Gleiten zwischen Rad und Schiene verändert die Beschaffenheit der Berührungsflächen stark. Der Reibungswert „μ" sinkt nach Ueberschreitung der Haftreibungsgrenze mit steigender Gleitgeschwindigkeit."

Ohne genauere zahlenmäßige Angaben über den Reibungswert „μ" zu machen, zeigt Bild 11 seinen grundsätzlichen Verlauf über der Gleitgeschwindigkeit „v_g" in m/sek. Auf Grund von Erfahrungen aus dem praktischen Betriebe moderner Elektrolokomotiven mit großen Treibraddrücken darf angenom-

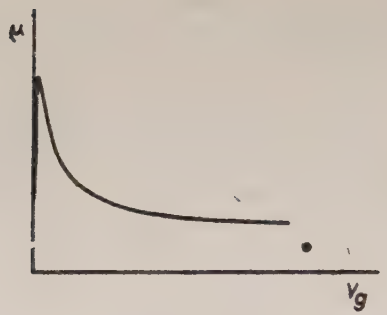

Bild 11

men werden, daß bei trockenen Schienen ein Haftreibungswert

$$\mu_0 = 0{,}300$$

zwischen Rad und Schiene ohne Zuhilfenahme des Sandstreuers zu erreichen ist. Diesem Haftreibungswert dürfte auf Grund der Versuche von Sachs[15] eine Gleitgeschwindigkeit des treibenden oder gebremsten Rades von r. 0,05 m/sek zuzuordnen sein. Zur Gewinnung weiterer Punkte der Reibungswertlinie im Gleitbereich müssen die Messungsergebnisse von Galton (Bild 6) herangezogen werden, die als Gleitreibungswerte mit gemessenen Gleitgeschwindigkeiten unter Vorbehalt der früher über die Durchführung der Versuche gemachten Bemerkungen für die Zwecke der vorliegenden Untersuchung von dem ganzen bisher erörterten Versuchsmaterial allein verwertbar zu sein scheinen.

Die Versuche Galtons wurden mit noch sehr geringen Raddrücken durchgeführt. Die Erfahrung hat aber gelehrt, daß höhere Raddrücke die Beschaffenheit der Oberflächen von Rad und Schiene im Sinne einer Steigerung des Reibungswertes beeinflussen. Darum wurden die Reibungswerte von Galton (Bild 6) für die Zwecke dieser Untersuchung, die sich mit neuzeitlichen Fahrzeugen von hohem Raddruck befassen wird, um durchweg r. 25% vergrößert. Die dadurch gewonnenen Punkte der Reibungswertlinie sind in Bild 12 über den zugehörigen Gleitgeschwindigkeiten „v_g" eingetragen und durch eine stetige Linie miteinander verbunden worden. Die von

15) Maschinenbau 1924, Heft 7, S. 168.

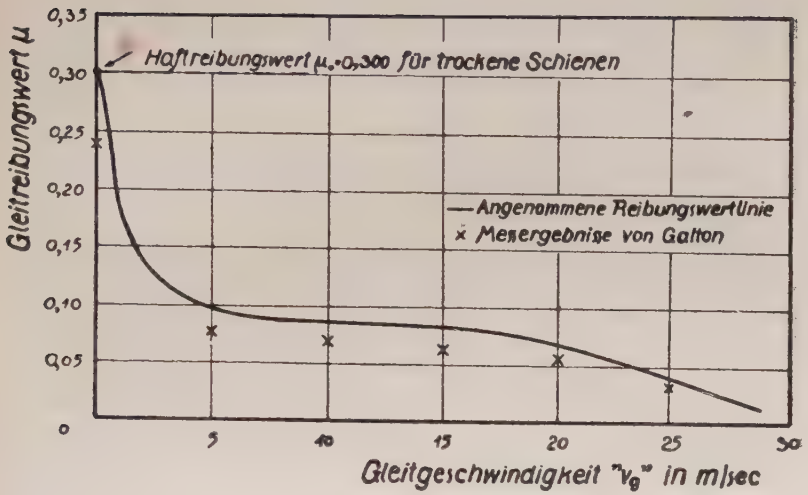

Bild 12

Galton selbst ermittelten Reibungswerte sind in Bild 12 durch Kreuzchen gekennzeichnet. Leider ist der Verlauf der Reibungswertlinie bei kleineren Gleitgeschwindigkeiten bis etwa 3,0 m/sek durchaus unsicher, da über diesen Bereich keine Messungen vorzuliegen scheinen. Ein anderer Weg zur Erlangung von Reibungswerten mit zugehörigen Gleitgeschwindigkeiten erschien aber nach dem derzeitigen Stande der Forschung nicht möglich. Es müssen darum die aus Bild 12 zu entnehmenden Reibungswerte und Gleitgeschwindigkeiten den später durchzuführenden Zahlenrechnungen zugrundegelegt werden. Hierin liegt eine große Unsicherheit der Ergebnisse der späteren Rechnungsbeispiele.

Im Vorhergehenden ist ausgeführt worden, daß Reibungswert und Raddruck bestimmend für die Ausnutzung des Reibungsgewichtes einer Lokomotive sind. Der Reibungswert hängt außer von der Oberflächenbeschaffenheit von Rad und Schiene nur von der Gleitgeschwindigkeit „v_g“ zwischen beiden ab. Sieht man nun von solchen Gleitungen zwischen Rad und Schiene, die durch zu große Zugkräfte in jedem Falle eintreten würden, ab, so bleiben doch noch andere Ursachen, die

bei der fahrenden Lokomotive Gleiten zwischen Rad und Schiene hervorrufen können. Diese sind vornehmlich:

Beim Fahren in der Geraden das Schlingern, hervorgerufen durch unvermeidliche Ungenauigkeiten in der Gleislage;

beim Fahren durch eine Bahnkrümmung, die geometrische Notwendigkeit der Drehbewegung um das Lot im Reibungsmittelpunkt, die später ausführlich behandelt wird.

Der zweite die Reibungszugkraft einer Lokomotive bestimmende Faktor ist ihr Reibungsgewicht, das die Summe der auf den Treibachsen ruhenden Einzellasten ist. Da das gesamte Gewicht einer elektrischen Lokomotive keiner Aenderung unterworfen ist, so können nur Verschiebungen in seiner Verteilung auf die einzelnen Achsen eintreten. Deren Ursachen sind vor allem:

Der am Zughaken angreifende Zugswiderstand, der das Bäumungsmoment bewirkt

vom Triebwerk herrührende senkrechte Kräfte zwischen Rahmen und Rädern,

die Steigung,

Unebenheiten des Geleises in senkrechter Richtung,

Gewichtsverschiebungen innerhalb der Lokomotive,

die Massendrücke beim Anfahren und Bremsen.

Die obigen Ursachen von Raddruckverschiebungen und Rädergleiten wirken sich nach Art und Größe bei jeder Bauart einer elektrischen Lokomotive verschieden aus. Dem Ziele dieser Untersuchung entspricht es daher, eine Einteilung der Lokomotivbauarten in Gruppen vorzunehmen, deren Kennzeichen die Art der Uebertragung des Motordrehmoments auf die Treibachsen ist. Als solche Gruppen kommen in Betracht:

a) Elektrische Lokomotiven, deren Treibachsen untereinander nicht zwangsläufig gekuppelt sind und je von einem besonderen Motor angetrieben werden;

b) elektrische Lokomotiven, deren Treibachsen in zwei oder mehr Gruppen von miteinander zwangsläufig gekuppelten Achsen aufgeteilt sind; jede Gruppe wird von einem besonderen Motor angetrieben;

c) elektrische Lokomotiven, deren sämtliche Treibachsen zwangsläufig gekuppelt sind und von einem gemeinsamen Motor angetrieben werden.

Wenn hier stets nur von e i n em Motor die Rede ist, so kann darunter auch eine Gruppe von untereinander durch Zahnräder, Kuppelstangen oder dergl. zwangsläufig gekuppelten Motoren verstanden sein.

Die für die Zahlenrechnungen im Anhang zu dieser Untersuchung gewählten typischen Beispiele von elektrischen Lokomotivbauformen erfassen die heute gebräuchlichen Bauarten ausgeführter Lokomotiven in dem Umfange, der den eben angeführten Gruppen von Triebwerksbauarten entspricht. Auf die vielen möglichen Besonderheiten, die sich aus der großen Zahl der baulichen Lösungsmöglichkeiten von Fahrzeug und Triebwerk einer elektrischen Lokomotive ergeben, soll hier nicht eingegangen werden. Es soll nur der Weg gezeigt werden, auf dem eine Vorausberechnung der höchst erreichbaren Reibungszugkräfte einer elektrischen Lokomotive bestimmter Bauart möglich ist.

———

II. Allgemeiner Teil.

Die in der Einleitung erwähnten Ursachen für Aenderungen des Reibungswertes „μ" zwischen Rad und Schiene, wie auch für solche des Raddruckes „Q" bei der arbeitenden elektrischen Lokomotive werden nun im Einzelnen untersucht und soweit möglich mathematische Behelfe zu ihrer Berechnung in allgemein gültiger Form entwickelt. Entgegen der in der Einleitung aufgeführten Reihenfolge wird zunächst das Fahren durch eine Bahnkrümmung behandelt, da die Stellung des Fahrzeugs in ihr entweder statisch durch Kräfte oder geometrisch durch je einen vorne außen und hinten innen anlaufenden Spurkranz bestimmt ist, und also weniger Möglichkeiten für unberechenbare, störende Eigenbewegungen bestehen als in der Geraden.

1. Beschreibung der Fahrt der leerlaufenden und ziehenden Lokomotive durch eine Bahnkrümmung.

Die folgenden mit Bezug auf die Einstellung einer Lokomotive in der Bahnkrümmung an sich nichts Neues bietenden Erörterungen bauen auf der grundlegenden Arbeit Uebelacker's über die Bewegung von Lokomotiven mit Drehgestellen in Bahnkrümmungen auf, die als Beilage zum „Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens" im Jahre 1903 erschienen ist. Daneben finden auch noch die Ergebnisse der späteren Forschungen von Heumann[1], Jahn[2] und Bäseler[3] gelegentliche Anwendung. Die damit verbundene Wiederholung bekannter Ueberlegungen und aus ihnen folgender mathematischer Beziehungen dient hier einer verhältnismäßig eng gedrängten Zusammenfassung der Grundlagen, die für die Berechnung der Größe des Reibungswertes zwischen den einzel-

1) Verkehrstechnische Woche 1929, S. 13 ff.
2) Zeitschrift des Vereins Deutscher Eisenbahnverwaltungen 1927, S. 425 ff.
3) Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens 1927, S. 333.

nen Treibrädern einer Lokomotive und den Schienen wichtig sind. Entgegen bisheriger Uebung wird aber dabei vorausgesetzt, daß jedem Berührungspunkt zwischen Rad und Schiene ein bestimmter, von der dort tatsächlich vorhandenen Gleitgeschwindigkeit „v_z^g" abhängiger Reibungswert „μ_z" eigentümlich ist.

Der Krümmungslauf einer leerlaufenden, einrahmigen Lokomotive soll vorab beschrieben werden, um in einheitlicher Darstellung und Bezeichnungsweise alle für die später zu behandelnden Rechnungsbeispiele notwendigen Gleichungen zu erhalten. Er läßt sich nach Uebelacker als eine mit einer Schwenkung des Fahrzeugrahmens um einen bestimmten Drehpunkt verbundene Vorwärtsbewegung auffassen. Ein geometrischer Ort dieses Drehpunktes ist das Lot vom Mittelpunkt „M" des Krümmungskreises auf die Fahrzeuglängsachse (Bild 13). Setzt man gleiche Belastung und Reibungswerte der

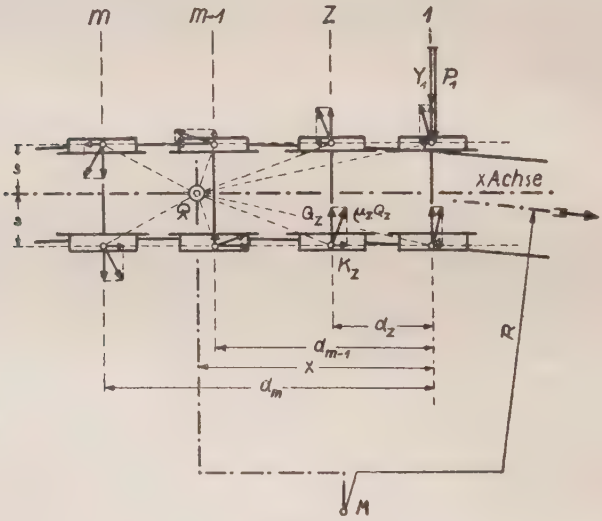

Bild 13

beiden Räder jeder Achse voraus, ist also die Fahrzeuglängsachse die Symmetrieachse für die Gewichtsverteilung, so ist sie der zweite geometrische Ort des Drehpunktes „Ω" der

Schwenkbewegung, der künftig „reeller Reibungsmittelpunkt" genannt werden soll. Zu jeder in einem starren Rahmen gelagerten Achse oder Achsgruppe gehört ein gemeinsamer reeller Reibungsmittelpunkt. Besteht eine Lokomotive aus mehreren Rahmen, so besitzt sie ebensoviele reelle Reibungsmittelpunkte wie Rahmen.

Die oben erwähnte Schwenkung des Fahrzeugs wird durch den Druck der Schiene auf den Radkranz eines anlaufenden Rades entgegen den Reibungswiderständen an den Berührungspunkten der übrigen Räder mit den Schienen bewirkt. Dieser das Fahrzeug führende Druck wird Führungsdruck genannt und mit „Y" bezeichnet.

Die Untersuchungen von Uebelacker gründeten sich auf die Annahme, daß das anlaufende Rad die Schiene nur in einem Punkte berühre, und daß sich die Reaktion des Führungsdruckes „Y", hier mit „— Y" bezeichnet, mit der senkrechten Radlast „Q" in diesem Punkte zu einer Resultierenden (Bild 14) zusammensetze. Dieser Fall tritt bei abgenutz-

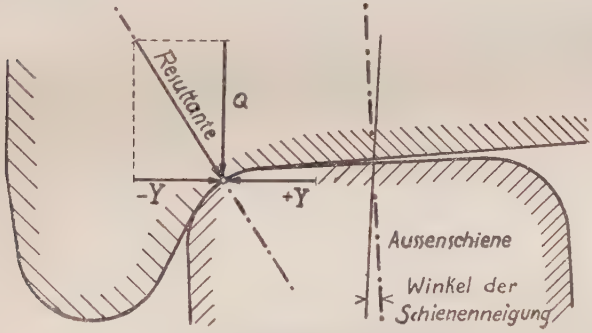

Bild 14

ten Schienen nicht selten ein. Bei neuen Schienen mit noch gewölbter Oberfläche aber findet die Berührung zwischen anlaufendem Rad und Schiene im Allgemeinen in zwei getrennten Punkten „A" und „A'" statt (Bild 15). In beiden Fällen ist vorausgesetzt, daß die Schiene nach den technischen Vereinbarungen des Vereins Deutscher Eisenbahnverwaltungen § 7 Abs. 1 mit einer Neigung nach innen von 1 : 20 verlegt ist.

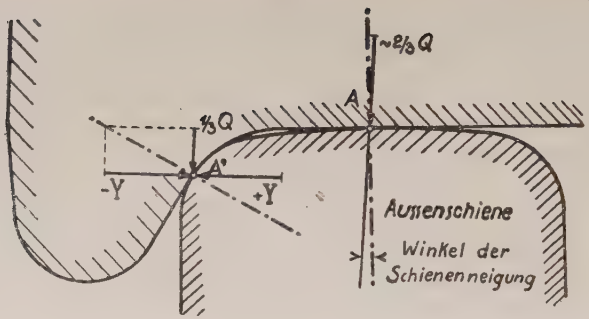

Bild 15

Bild 15 zeigt die Angriffspunkte des Führungsdruckes „Y" und der Radlast „Q" nicht ganz richtig, da die Schrägstellung des Fahrzeugs in der Krümmung nicht berücksichtigt ist. Diese bedingt nämlich, daß seine Längsachse mit der Tangente an die Schiene im Berührungspunkt „A' " (Bild 16) stets einen, wenn auch kleinen Winkel „φ" einschließt. Der Führungsdruck „Y" greift im Punkte „A' " an, die Radlast „Q" im Punkte „A".

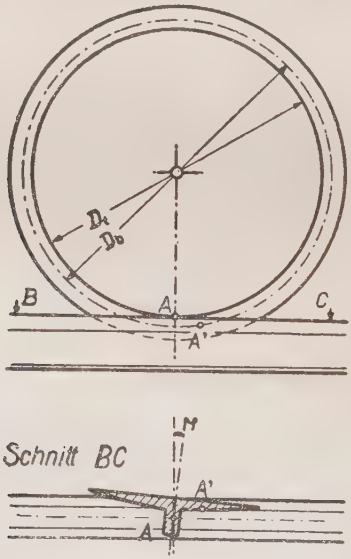

Bild 16

Für die genaue Ermittelung der Einstellung eines Fahrzeugs in der Krümmung und für die Beurteilung seiner Laufeigenschaften ist es notwendig, die Fälle der Einpunkt- und der Zweipunktberührung gesondert zu betrachten. Für die vorliegende Arbeit jedoch erscheint es ausreichend, die Lage des reellen Reibungsmittelpunktes für den Fall der Einpunktberührung und unter der weiteren einschränkenden Voraussetzung zu berechnen, daß die Fahrzeugbewegung in nur einer Ebene behandelt wird.

Für die mathematische Behandlung der Fahrzeugbewegung in der Krümmung erscheint es bequemer und übersichtlicher, die Reibungswiderstände aller Räder eines Fahrzeugs auf den Schienen einschließlich derjenigen etwa anlaufender Räder zusammenzufassen und anstelle des Führungsdruckes „Y" eine gedachte Richtkraft „P" einzuführen, die unter den vorher erwähnten Voraussetzungen mit dem Führungsdruck bei der leerlaufenden Lokomotive angenähert durch die Beziehung

$$P = Y + \mu \cdot Q$$

verbunden ist.

Durch Bild 13 ist eine einrahmige Lokomotive mit den Achsen „1, . . . z . . ., m—1, m" im Grundriß schematisch dargestellt, während sie, ohne Zugkraft auszuüben, eine Krümmung durchläuft. Es bezeichne:

„R" den Halbmesser der Bahnkrümmung in m,

„s" den halben Laufkreisabstand einer Achse in m (für Normalspur ist $2 \cdot s = 1{,}50$ m),

„d_z" den Abstand einer beliebigen Achse „z" von der ersten Achse eines Rahmens in m, wobei stets $d_1 = 0$ ist,

„P_z" die an einem beliebigen anlaufenden Rade der Achse „z" oder an einem Punkte des Rahmens senkrecht zur Fahrzeuglängsachse wirkende Richtkraft in t,

„$\mu_z Q_z$" den Reibungswiderstand zwischen einem beliebigen Rade der Achse „z" und der Schiene in t,

„G_z" die Komponente des Reibungswiderstandes „$\mu_z Q$" senkrecht zur Fahrzeuglängsachse in t,

„K_z" die Komponente des Reibungswiderstandes „$\mu_z Q_z$" in Richtung der Fahrzeuglängsachse in t.

Einfach gestrichene Größen beziehen sich auf die Kräfte und Geschwindigkeiten der an der Kurvenaußenseite liegenden Räder, ungestrichene auf die an der Kurveninnenseite.

Bei stetigem Durchfahren der Krümmung muß unter Ausschaltung dynamischer Einflüsse die Summe der Momente aller Richtkräfte „P_z" mit der Summe der Momente aller Reibungswiderstände „$\mu_z Q_z$" bzw. ihrer Komponenten „K_z" und „G_z" im Gleichgewicht sein. Die Bildung der Momentensumme um den reellen Reibungsmittelpunkt (Bild 13) ergibt:

$$(2)\ \sum_{z=1}^{z=m} P_z \cdot (x - d_z) - \sum_{z=1}^{z=m} (K_z \cdot s) - \sum_{z=1}^{z=m} (K_z' \cdot s) - \sum_{z=1}^{z=m} G_z (x - d_z) - \sum_{z=1}^{z=m} G_z' \cdot (x - d_z) = 0.$$

Ferner müssen sich auch alle, am Rahmen angreifenden äußeren Kräfte und Widerstände quer und längs zur Fahrzeuglängsachse je für sich das Gleichgewicht halten. Also gilt für die leerlaufende Lokomotive:

$$(3)\quad \sum_{z=1}^{z=m} P_z - \sum_{z=1}^{z=m} G_z - \sum_{z=1}^{z=m} G'_z = 0 \qquad \text{und}$$

$$(4)\quad \sum_{z=1}^{z=m} K_z + \sum_{z=1}^{z=m} K'_z = 0 \ .$$

Die Komponenten „K_z, K'_z, G_z, G'_z" der Reibungswiderstände sind dabei:

$$K_z = K'_z = \mu_z Q_z \cdot \frac{s}{\sqrt{(x - d_z)^2 + s^2}}$$

und $$G_z = G'_z = \mu_z Q_z \cdot \frac{x - d_z}{\sqrt{(x - d_z)^2 + s^2}}$$

An den Berührungspunkten der einzelnen Räder mit den Schienen findet, durch die Drehbewegung des Rahmens um seinen reellen Reibungsmittelpunkt hervorgerufen, Gleiten zwischen Rädern und Schienen statt, das stets senkrecht zu dem Fahrstrahl vom reellen Reibungsmittelpunkt nach dem betrachteten Berührungspunkt gerichtet, und dessen Geschwindigkeit der Länge dieses Fahrstrahles verhältnisgleich

ist. Die im Berührungspunkt auftretende Gleitgeschwindigkeit, die mit „v_z^g“ in m/sek bezeichnet werde, hängt außerdem noch von der Fahrgeschwindigkeit der Lokomotive und dem Halbmesser der durchfahrenen Krümmung ab.

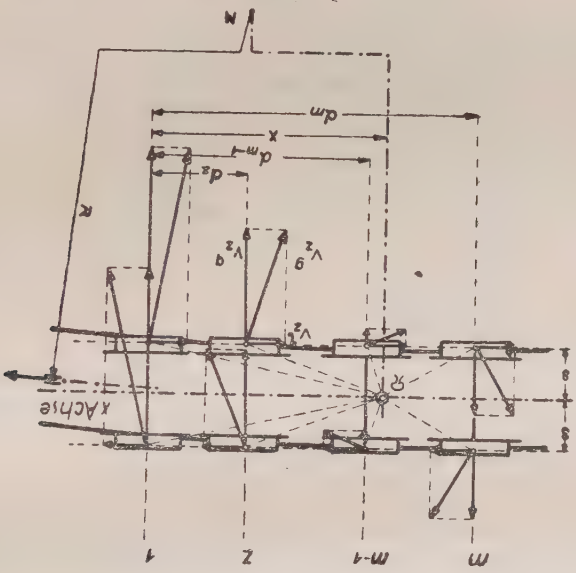

Bild 17

In Bild 13 waren die beim Krümmungslauf der leerlaufenden Lokomotive auftretenden Kräfte und Widerstände eingetragen, die ihnen entsprechenden Gleitgeschwindigkeiten sind für dasselbe Fahrzeug in Bild 17 eingezeichnet. Auch die Gleitgeschwindigkeiten können entsprechend in Komponenten zerlegt gedacht werden, die mit

v_z^l = Komponente in Richtung der Fahrzeuglängsachse oder Längsgleitgeschwindigkeit in m/sek und mit

v_z^q = Komponente senkrecht zur Fahrzeuglängsachse oder Quergleitgeschwindigkeit in m/sek bezeichnet werden.

Bei einem Eisenbahnfahrzeug sind stets beide Räder einer Achse fest auf die Welle aufgepreßt. Solange nun der Reibungsmittelpunkt auf der Fahrzeuglängsachse liegt, sind die

Längsgleitgeschwindigkeiten an beiden Rädern einer Achse gleich groß, aber von entgegengesetzter Richtung.

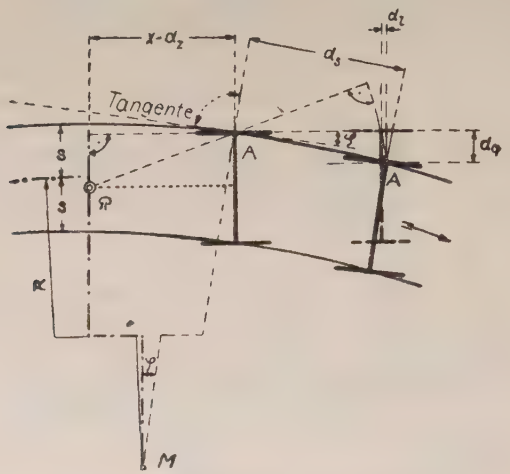

Bild 18

Zur Ermittelung der Gleitgeschwindigkeit zwischen Rad und Schiene sowie ihrer beiden Komponenten kann man aus Bild 18 folgendes entnehmen. Es ist:

„ds" der Weg des Berührungspunktes „A" auf der Schiene in der Zeit „dt", wobei $\frac{ds}{dt} = v$ die Fahrgeschwindigkeit der Lokomotive in m/sek ist,

„dq" der Weg der Quergleitung eines Rades am Berührungspunkt mit der Schiene,

„dl" der Weg seiner Längsleitung,

„φ" der Winkel der Laufkreisebene des anlaufenden Rades mit der Tangente an die Außenschiene im Berührungspunkt „A".

Weg der Quergleitung: $dq \approx ds \cdot \sin \varphi$

$$\approx ds \cdot \frac{x - d_z}{R},$$

Weg der Längsgleitung: $dl \sim dq \cdot \frac{s}{x - d_z}$

$$\sim ds \cdot \frac{s}{R}.$$

Die diesen Gleitungen entsprechenden Gleitgeschwindigkeiten sind:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{ds}{dt} \cdot \frac{x - d_z}{R}$$

oder $$v_z^q = v \cdot \frac{x - d_z}{R} \text{ m/sek}$$

und $$\frac{dl}{dt} = \frac{ds}{dt} \cdot \frac{s}{R}$$

oder $$v_z^l = v \cdot \frac{s}{R} \text{ m/sek} \cdot$$

Die resultierende, wirklich auftretende Gleitgeschwindigkeit an einem beliebigen Rade einer leerlaufenden Lokomotive errechnet sich aus ihren beiden Komponenten zu

$$v_z^g = \sqrt{v_z^{q2} + v_z^{l2}}$$

$$= v \cdot \frac{\sqrt{(x - d_z)^2 + s^2}}{R} \text{ m/sek} \cdot$$

Für die Berechnung der Einstellung einer Lokomotive in der Bahnkrümmung wurde seither stets angenommen, daß der Reibungswert zwischen Rad und Schiene bei allen Rädern gleiche Höhe habe. Bei der leerlaufenden Lokomotive trifft dies auch annähernd zu, da die vorkommenden Gleitgeschwindigkeiten für die praktisch üblichen Werte des Verhältnisses:

$\frac{v''}{''R}$ auch bei großem „$\sqrt{(x - d_z)^2 + s^2}$“ sehr klein sind.

Dies ändert sich, sobald die Lokomotive Zugkraft abgeben muß. Es ist das Verdienst Übelacker's, den Einfluß der von einer Lokomotive abgegebenen Zugkraft auf die Fahrt in der Krümmung aufgezeigt zu haben.

Damit eine Lokomotive in der Krümmung eine Zugkraft ausüben kann, muß die Summe der „K-Kräfte“, d. h., der

Längskomponenten der Reibungswiderstände „μQ“ eine Resultante von der Größe der geforderten Zugkraft ergeben. Bei „n“ Treibachsen muß demnach sein

$$\sum_{z=1}^{z=n} K_z + \sum_{z=1}^{z=n} K'_z + Z = 0,$$

wo „Z“ die Gesamtzugkraft der Lokomotive, bezogen auf den Umfang ihrer Treibräder ist.

Diese Gleichgewichtsbedingung erfordert nun, daß der Reibungsmittelpunkt der betrachteten Treibachse eine andere Lage hat, als der Drehpunkt des Fahrzeugrahmens. Er liegt zwar nach wie vor auf dem Lot vom Mittelpunkt des Krümmungskreises zur Fahrzeuglängsachse, jedoch nicht mehr auf beider Schnittpunkt, sondern in einer gewissen Entfernung „y_z“ von der Längsachse. Dadurch erfahren die treibenden Räder zusätzliche Längsschlüpfungen, die sich den durch die Drehung des Fahrzeugrahmens beim Krümmungslauf hervorgerufenen Schlüpfungen überlagern. Der Reibungsmittelpunkt der arbeitenden Treibachsen einer Lokomotive rückt beim Ziehen nach der Kurvenaußenseite, beim Bremsen nach der Kurveninnenseite.

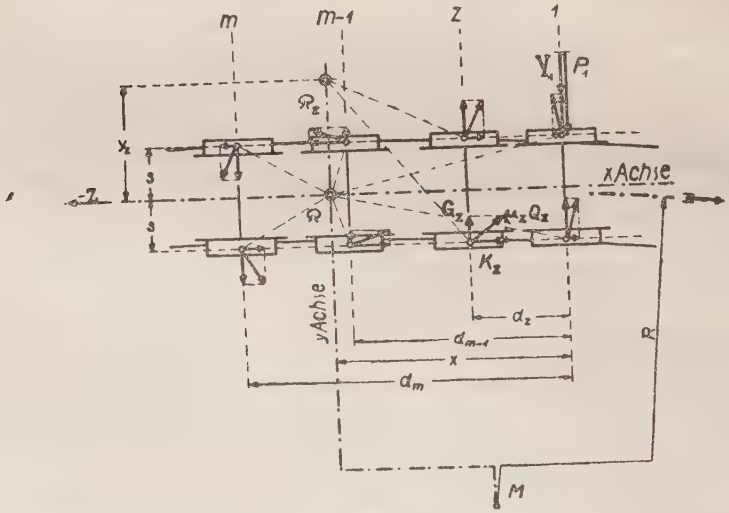

Bild 19

Bild 19 zeigt die vorher im Leerlauf betrachtete Lokomotive, wenn z. B. die Achse mit dem Ordnungszeichen „z" eine Zugkraft zu leisten hat, während die übrigen Achsen leerlaufen.

Da die betrachtete Treibachse nach wie vor gemeinsam mit den übrigen Achsen in einem starren Rahmen gelagert ist, so muß beim Krümmungslauf dessen Drehung noch um denselben Punkt der Fahrzeuglängsachse stattfinden, wie dies bei der leerlaufenden Lokomotive der Fall war. Diese Annahme ist berechtigt, da sich an den geometrischen Verhältnissen des Fahrzeugs nichts geändert hat. Im Gegensatz zu dem als reellen Reibungsmittelpunkt „Ω" bezeichneten Drehpunkt des Fahrzeugrahmens soll nun der für die Richtung und Größe der Reibungswiderstände ziehender Räder maßgebende Punkt „Ω_z" in Bild 19 als ideeller Reibungsmittelpunkt der betreffenden ziehenden Achse „z" bezeichnet werden. Er habe von der Fahrzeuglängsachse den Abstand „y_z" und von der ersten anlaufenden Achse in Richtung der Längsachse gemessen den Abstand „x" je in m. Jeder Lokomotive sind soviele ideelle Reibungsmittelpunkte eigentümlich, als sie einzeln angetriebene Achsen oder Achsgruppen besitzt.

In seiner Veröffentlichung „Spurerweiterung oder nicht?" weist Jahn[4] darauf hin, daß der reelle Reibungsmittelpunkt meist nicht genau auf der Fahrzeuglängsachse liege. Die von ihm daselbst nachgewiesenen Abweichungen sind aber so klein, daß man davon absehen kann, sie bei der Berechnung der Kräfte und Gleitgeschwindigkeiten zu berücksichtigen. Die Abstände der Berührungspunkte Zugkraft ausübender Räder mit den Schienen vom reellen Reibungsmittelpunkt ergeben nur geringe Gleitgeschwindigkeiten und treten infolgedessen in ihrer Bedeutung hinter den entsprechenden Abständen vom ideellen Reibungsmittelpunkt bei hoher Zugkraft stark zurück. Nur die letztgenannten Abstände haben darum auf die Höhe des Reibungswertes und damit auf den von jedem Treibrade aufzubringenden Zugkraftanteil der Lokomotive wesentlichen Einfluß.

Unter der Annahme, daß der am Zughaken der Lokomotive angreifende Zugswiderstand „W_h" in Richtung der Fahrzeuglängsachse wirke, gelten die für die leerlaufende Lokomotive aufgestellten allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen der

4) Zeitschrift des VDEV. 1927, S. 425.

Momente (Gleichung 2) und der Widerstände senkrecht zur Fahrzeuglängsachse (Gleichung 3) auch für die Zugkraft ausübende Lokomotive unverändert. Nur die Bedingung für das Gleichgewicht der in Richtung der Fahrzeuglängsachse wirkenden Kräfte und Widerstände ändert sich für die Lokomotive mit „n" Treibachsen in

$$(5) \qquad \sum_{z=1}^{z=n} K_z + \sum_{z=1}^{z=n} K'_z + \sum_{z=1}^{z=n} Z_z + \sum_{z=1}^{z=n} Z'_z = 0,$$

wo „Z_z bzw. Z'_z" die Zugkraft am Umfang eines beliebigen Treibrades „z" ist.

Die Komponenten „K_z, K_z', G_z, G_z'" des Reibungswiderstandes „$\mu_z\, Q_z$" berechnen sich bei der Zugkraft ausübenden Lokomotive aus

$$(6\,a) \qquad K_z = \mu_z\, Q_z \cdot \frac{y_z + s}{\sqrt{(x - d_z)^2 + (y_z + s)^2}},$$

$$(6\,b) \qquad K'_z = \mu_z\, Q_z \cdot \frac{y_z - s}{\sqrt{(x - d_z)^2 + (y_z - s)^2}} \text{ und}$$

$$(7\,a) \qquad G_z = \mu_z\, Q_z \cdot \frac{x - d_z}{\sqrt{(x - d_z)^2 + (y_z + s)^2}},$$

$$(7\,b) \qquad G'_z = \mu_z\, Q_z \cdot \frac{x - d_z}{\sqrt{(x - d_z)^2 + (y_z - s)^2}}.$$

Für ziehende Räder gilt, daß die zwischen Rad und Schiene beim Krümmungslauf auftretende Gleitung der Länge des Fahrstrahles vom ideellen Reibungsmittelpunkt zum Radaufstandspunkt verhältnisgleich ist. Die entsprechende Gleitgeschwindigkeit wird demnach für ein beliebiges ziehendes Rad (Bild 18):

$$(8) \qquad v_z^{\varsigma} = v \cdot \frac{\sqrt{(x - d_z)^2 + (y_z \pm s)^2}}{R} \text{ m/sek.}$$

Ihre Komponenten senkrecht bzw. parallel zur Fahrzeuglängsachse sind

$$(8\,a) \qquad v_z^{q} = v \cdot \frac{x - d_z}{R} \text{ m/sek und}$$

(8 b) $$v_z^1 = v \cdot \frac{y_z \pm s}{R} \text{ m/sek.}$$

Die Längsgleitgeschwindigkeit „v_z^1“ tritt bei jedem Treibrade zur Fahrgeschwindigkeit hinzu und bewirkt eine gegenüber dieser erhöhte oder u. U. — beim Bremsen — auch verminderte Umfangsgeschwindigkeit des betreffenden Treibrades. Für die später durchzuführenden praktischen Berechnungen der höchstmöglichen Reibungszugkräfte einer Treibachse genügt es, ihre mittlere resultierende Gleitgeschwindigkeit, bezogen auf ihren Schnittpunkt mit der Fahrzeuglängsachse zu kennen. Dabei wird der Einfluß der Spurweite „$2 \cdot s$“ auf die Gleitgeschwindigkeiten beider Räder vernachlässigt. Da die Spurweite aber im Verhältnis zu dem geringst möglichen Krümmungshalbmesser „$R = 180$ m“ klein bleibt, so sind bei kleinen Werten von „y_z“, wo sich der Einfluß der Spurweite auf den Zähler der Gl. 8 bemerkbar machen würde, die auftretenden Gleitgeschwindigkeiten an sich sehr gering. Bei größeren Werten von „y_z“ aber tritt der Einfluß der Spurweite diesem gegenüber, wie man aus Bild 20, in dem die Gleitgeschwindigkeiten entsprechend den Reibungswiderständen in Bild 19 eingetragen sind, entnehmen kann, stark zurück.

Bis jetzt war angenommen worden, daß das ziehende Rad nicht auch zugleich ein anlaufendes Rad ist. Ist dies aber der Fall, so wird es außer durch die senkrechte Radlast „Q“ auch noch durch den wagrecht gedachten Führungsdruck „Y“, bzw. durch dessen Reaktionskraft „—Y“ gegen die Schiene gedrückt. Bei Einpunktberührung setzen sich „Q“ und „—Y“ (Bild 14) zu einer Resultanten zusammen, bei Zweipunktberührung (Bild 15 und 16) wirken sie getrennt und in verschiedenen Ebenen auf das Rad. Bei der leerlaufenden Lokomotive kann der Führungsdruck der Schiene auf das anlaufende Rad im Verhältnis zum ruhenden Raddruck recht bedeutend werden und also die Größe der gemeinsamen Resultanten erheblich beeinflussen. Die Zugkraft des anlaufenden Rades ist aber bei Leerlauf der Lokomotive sehr klein, die Erhöhung des Reibungsdruckes an diesem Rade bringt also keinen Nutzen. Je größer bei der ziehenden Lokomotive die geleistete Zugkraft ist, desto kleiner wird der Führungsdruck, da nun die Reibung zwischen Rad und Schiene hauptsächlich in der Längsrichtung des Fahrzeugs in Anspruch genommen wird. An der

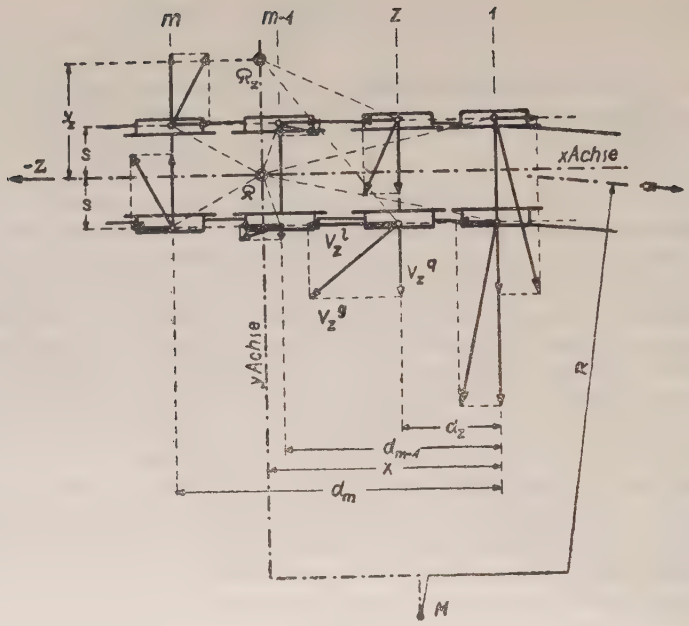

Bild 20

Höchstgrenze der Reibungszugkraft, deren Berechnung das Ziel dieser Untersuchung sein soll, ist der Führungsdruck gegenüber der senkrechten Radlast klein und kann demnach die Größe der resultierenden Druckkraft zwischen anlaufendem Rad und Schiene nur unbedeutend erhöhen.

Bei Zweipunktberührung liegen die Verhältnisse anders. Die Bildung einer Resultante aus Führungsdruck und Radlast ist nicht möglich, da die beiden Kräfte nicht in einer wagrechten Ebene liegen. Es tritt darum der Führungsdruck „Y" bei Zweipunktberührung als selbständige Kraft von angenommen wagrechter Richtung neben der senkrechten Radlast „Q" auf und greift im Punkte „A'" (Bild 16) an. Auch bei Zweipunktberührung tritt, praktisch hervorgerufen durch die Neigung der Spurkränze eine Zusammensetzung des Führungsdruckes mit wenigstens einem Teile der senkrechten Rad-

last „Q ein. (Bild 15). Für die später vorzunehmende Berechnung der höchsten Reibungszugkraft einer Lokomotive ist es jedoch einfacher und hinreichend genau, mit Radlast „Q“ und Führungsdruck „Y“ als getrennten Kräften zu rechnen.

Der Berührungspunkt „A' “ muß auch bei reiner Rollbewegung am Laufkreis des Rades zwischen diesem und der Schiene stets etwas gleiten, wenn der Durchmesser des Berührungskreises „D_b“ größer als der Durchmesser des Laufkreises „D_t“ ist. Die Gleitgeschwindigkeit im Punkte „A' “ ist, wenn die Fahrgeschwindigkeit „v“ m/sek beträgt, $v \cdot (\frac{D_b}{D_t} - 1)$ m/sek. Diese Gleitgeschwindigkeit wird auch bei hoher Fahrgeschwindigkeit stets klein bleiben, da der Durchmesser des Berührungskreises „D_b“ nur wenig größer als der des Laufkreises „D_t“ ist. Sie wird also gegenüber den anderen, durch den Krümmungslauf der ziehenden Lokomotive bedingten Gleitgeschwindigkeiten zahlenmäßig ohne Bedeutung sein.

Bei Zweipunktberührung eines anlaufenden und zugleich ziehenden Rades rufen demnach Radlast und Führungsdruck je für sich Längskomponenten der Reibungswiderstände „μQ“ und „μY“ hervor, deren algebraische Summe angenähert gleich der Reibungszugkraft des anlaufenden Rades in der Umfangsrichtung ist. Durch diese algebraische Summierung der Einzelreibungswiderstände bei Zweipunktberührung können auch kleine Führungsdrücke der mit hohen Zugkräften beanspruchten Treibräder einen merklichen Einfluß auf die gesamte Reibungszugkraft einer Lokomotive ausüben.

Zusammenfassend kann man sagen, daß bei Einpunktberührung anlaufender Räder mit den Schienen keine nennenswerte Steigerung der höchsten Reibungszugkraft einer Lokomotive zu erwarten ist. Darum soll hier der Berechnung der Reibungszugkraft nur die Zweipunktberührung zugrundegelegt werden, wobei aber die die Rechnungen vereinfachende Annahme gemacht wird, daß der Berührungspunkt „A' “ wie bei Einpunktberührung in derselben senkrechten Ebene liege wie der Radaufstandspunkt „A“. Die Gleichungen für das Gleichgewicht der Momente und Kräfte um den reellen Reibungsmittelpunkt nehmen nun für die ziehende Lokomotive mit anlaufender Treibachse folgende allgemeine Form an:

$$(9)\ \sum_{z=1}^{z=m} P_z \cdot (x - d_z) - \sum_{z=1}^{z=m} (K_z \cdot s) - \sum_{z=1}^{z=m} (K'_z \cdot s)$$

$$- \sum_{z=1}^{z=m} (\mu_z \cdot Y_z \cdot s) - \sum_{z=1}^{z=m} G_z \cdot (x - d_z) - \sum_{z=1}^{z=m} G'_z \cdot (x - d_z) = 0,$$

$$(10)\ \sum_{z=1}^{z=m} P_z - \sum_{z=1}^{z=m} G_z - \sum_{z=1}^{z=m} G'_z = 0,$$

$$(11)\ \sum_{z=1}^{z=n} K_z + \sum_{z=1}^{z=n} K'_z + \sum_{z=1}^{z=n} \mu_z \cdot Y_z + \sum_{z=1}^{z=n} Z_z + \sum_{z=1}^{z=n} Z'_z = 0.$$

Der Führungsdruck „Y_z“ berechnet sich dabei, wie schon früher angegeben, für ein beliebiges anlaufendes Rad „z“ angenähert aus:

$$Y_z = P_z - G'_z \text{ (vergl. Bild 19).}$$

Zusammengefaßt kann man den Krümmungslauf der leerlaufenden und der ziehenden Lokomotive folgendermaßen überblicken:

1. Bei der Fahrt durch eine Bahnkrümmung wird die leerlaufende wie auch die ziehende Lokomotive gleichzeitig mit ihrer Vorwärtsbewegung um einen bestimmten Punkt ihrer Längsachse, den reellen Reibungsmittelpunkt geschwenkt.
2. Die Abstände der Berührungspunkte zwischen Rädern und Schienen vom reellen Reibungsmittelpunkt bestimmen bei der leerlaufenden Lokomotive die Größe und Richtung der durch die Schwenkung bedingten Gleitbewegung der Räder auf den Schienen.
3. Die Gleitbewegungen ziehender Treibräder auf den Schienen hängen dagegen von den Abständen ihrer Berührungspunkte vom zugehörigen ideellen Reibungsmittelpunkt ab.
4. Die Größe der Gleitgeschwindigkeit im Berührungspunkte zwischen Rad und Schiene bestimmt den höchstmöglichen Reibungswert dieses Rades. Für praktische Rechnungen genügt es, die mittlere Gleitgeschwindigkeit einer Achse, bezogen auf ihren Schnittpunkt mit der Fahrzeuglängsachse zu kennen.

5. Die Gleichungen (2) bis (8) geben für eine beliebig gebaute, leerlaufende oder ziehende Lokomotive die Grundlagen für die Berechnung der Reibungswiderstände und Gleitgeschwindigkeiten an. Die an den einzelnen Rädern auftretenden Reibungswiderstände sind durch das Produkt aus Raddruck und Reibungswert bestimmt. Der letztere hängt von den auftretenden Gleitgeschwindigkeiten ab und kann für die vorliegende Untersuchung aus Bild 12 entnommen werden.
6. Steigenden Zugkräften der treibenden Achsen einer Lokomotive entspricht ein Anwachsen ihrer Gleitgeschwindigkeiten entsprechend der Steigerung des Abstandes „y_z" des ideellen Reibungsmittelpunktes von der Fahrzeuglängsachse. Da der Reibungswert mit steigender Gleitgeschwindigkeit sinkt, so ergibt sich in jedem Falle ein Grenzwert, dem das Produkt

$$„\mu_z \; Q_z \cdot \frac{(y_z \pm s)}{\sqrt{(x - d_z)^2 + (y_z \pm s)^2}}$$

mit steigendem „y_z" zustrebt. Es kennzeichnet die Höchstgrenze der Zugkraft, die von einem beliebigen Treibrade einer Lokomotive in der Krümmung bei einer bestimmten Fahrgeschwindigkeit praktisch, d. h. ohne Schleudern, erreicht werden kann.
7. Ist eine führende Achse einer Lokomotive zugleich Treibachse, so gelten für die Bestimmung der Reibungswiderstände und Gleitgeschwindigkeiten die Gleichungen (9) bis (11). Der Führungsdruck zwischen dem anlaufenden Rade und der Schiene bewirkt einen zusätzlichen Reibungswiderstand in der Längsrichtung am Berührungspunkte, um dessen Betrag die von der Lokomotive abzugebende Gesamtzugkraft erhöht wird.

---

2. Schlingern und andere das Rollen im geraden Gleis störende Bewegungen.

Beobachtet man vom Führerstand einer Lokomotive aus ihren Lauf im geraden Gleise, so sieht man, daß die von ihr durchfahrene Bahn im Allgemeinen keine mathematische Gerade, sondern eine unregelmäßige flache Wellenlinie in der Geleiseebene ist. Diesen Vorgang, der durch Richtungsfehler in der Gleislage hervorgerufen wird, bezeichnet man mit

„Schlingern". Das Ausmaß der Schlingerbewegung einer Lokomotive hängt von der Größe des Spurkranzspieles, dem Unterschied der augenblicklichen Rollkreisdurchmesser, vor allem aber von der Achsanordnung des Fahrzeugs und der Güte seiner Führung ab. Bei neuzeitlichem Geleiseoberbau dürften die Abweichungen von der regelmäßigen Spurweite meist sehr gering sein, sodaß entscheidend für die Größe des Spurkranzspieles hauptsächlich der Zustand der Radreifen der Lokomotive ist.

Bei der elektrischen Lokomotive ist zwar das auf ihre Treibachsen übertragene Drehmoment im allgemeinen gleichförmiger als bei der Dampflokomotive, da keine unausgeglichenen Massen im Triebwerk vorhanden sind. Es fällt dadurch eine wichtige Ursache einer zweiten störenden Bewegung in wagrechter Richtung, des sogenannten „Drehens" der Lokomotive fort. Bei elektrischen Lokomotiven mit Stangenantrieben wie auch bei solchen mit einseitigem direktem oder Zahnradantrieb der Treibachsen kann aber trotzdem „Drehen" eintreten, da bei derartigen Antrieben sich das vom Motor auf die Treibachse ausgeübte Drehmoment zumindest zeitweise ungleich auf ihre beiden Räder verteilt und somit zusammen mit dem in der Lokomotivlängsachse wirkenden Zugwiderstand ein Drehmoment bildet, das hier die Ursache des Drehens ist. Auch Lagerspiel und Unsymmetrien im Triebwerk einer Lokomotive können periodische Drehschwingungen um ihre senkrechte Schwerpunktsachse erregen.

Die Lokomotive läuft nun unter Ausnutzung ihres regelmäßigen oder durch besondere Umstände vergrößerten Spurkranzspieles je nach ihrer Achsanordnung mit beiden Fahrzeugenden abwechselnd an der rechten bezw. linken Schiene an. Bei jedem Anlaufen erfährt das betreffende Rad einen Führungsstoß, der — ähnlich wie beim stetigen Durchfahren einer Bahnkrümmung der gleichbleibende Führungsdruck des führenden Rades eine Drehbewegung des Fahrzeugrahmens um ein Momentanzentrum hervorruft. Es ist einleuchtend, daß durch Zwischenschaltung eines elastischen Gliedes zwischen dem führenden Rade und dem Fahrzeugrahmen ein solcher Stoß weitgehend gemildert werden kann, worin der besondere Vorzug seitlich verschiebbarer Drehgestelle mit elastischer Rückführungsvorrichtung in die Mittellage beruht.

Die soeben erwähnte Drehbewegung des Rahmens hat entsprechende Gleitungen der in ihm gelagerten Achsen und Reibungskräfte zwischen ihren Rädern und den Schienen zur Folge. Auch wenn es bei geringer Fahrgeschwindigkeit oft nicht bis zum Anlaufen eines Spurkranzes an einer Schiene kommt, würde doch allein die Neigung der Schienenlauffläche, entsprechend den Technischen Vereinbarungen des Vereins Deutscher Eisenbahnverwaltungen, und die Radreifenform, die erfahrungsgemäß aber sehr bald zylindrisch wird, genügen, um den Fahrzeugrahmen allmählich in die Mittellage zurückzuführen. Diese Bewegung ist aber sachlich derjenigen gleich, die auch von einem Führungsstoß eingeleitet wird, und ruft demnach ebenso wie diese zwischen Rad und Schiene eine Gleitbewegung hervor, deren Geschwindigkeit durch die Fahrgeschwindigkeit der Lokomotive bestimmt wird. Sie beeinflußt damit also indirekt den Reibungswert „μ" zwischen Rad und Schiene.

Das Verhalten des Fahrzeugs im geraden Gleis kommt unter diesen Umständen somit dem beim Einfahren in eine Krümmung nahe. Soweit das oben erwähnte „Drehen" hierbei in Betracht kommt, erscheint es nicht unmöglich, im Einzelfall, d. h. für eine bestimmte Lokomotive, Zugkraft und Fahrgeschwindigkeit seinen Einfluß auf den Reibungswert zwischen den Treibrädern und Schienen durch Rechnung zu ermitteln. Inwieweit aber das „Schlingern" den Reibungswert im gleichen Falle zu beeinflussen vermag, dürfte ohne sorgfältige Versuche nicht zu ermitteln sein. Sicher ist, daß die beiden Arten von störenden Bewegungen der Lokomotive, von großer Bedeutung für die Ausnutzung der Schienenreibung sind.

Soweit Lokomotiven in Krümmungen nicht zwangsläufig geführt sind, können sie dort denselben störenden Einflüssen, wenn auch in sehr viel geringerem Grade unterworfen sein wie in der Geraden.

---

3. Berechnung der durch das Bäumungsmoment hervorgerufenen Raddruckänderungen einer Lokomotive.

Der am Zughacken einer Lokomotive angreifende Widerstand „W" der Anhängelast bildet mit der gleich großen, aber

entgegengesetzt gerichteten Summe der an den Berührungspunkten zwischen Treibrädern und Schienen angreifenden Reibungswiderstände „K_1 u. K_2“ ein Kräftepaar, das ein Moment von der Größe „$W \cdot h$“ auf den Rahmen der Lokomotive

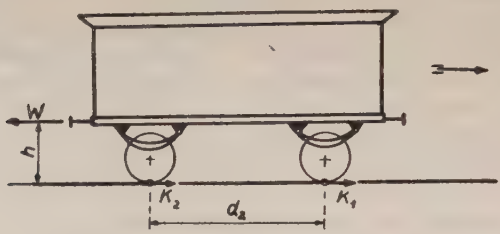

Bild 21

zur Folge hat. (Bild 21). Außer der Zugkraft, die der Ueberwindung des Zugwiderstandes „W“ dient, müssen von der Lokomotive auch noch weitere Zugkraftbeträge aufgewendet werden, um die ihrer eigenen Fortbewegung entgegenstehenden Widerstände im Lauf- und Triebwerk, der Luftreibung, der Steigung und der Beschleunigung zu überwinden. Sie sind von der Bauart der Lokomotive, ihrer Fahrgeschwindigkeit und der Streckenbeschaffenheit abhängig und bilden mit den insgesamt gleich-großen, in den Berührungspunkten zwischen den Rädern und Schienen angreifenden Reibungskräften ebenfalls Kräftepaare, die entsprechende Momente auf den Rahmen der Lokomotive ausüben.

Unter üblichen Verhältnissen können Neigungs- und Beschleunigungswiderstand einer Lokomotive so große Werte erreichen, daß ihr Einfluß auf die Raddruckverteilung besonders ermittelt werden muß. Alle anderen Lokomotivwiderstände aber, nämlich Luftreibung und Lagerreibung, bezüglich ihres Einflusses auf die Raddruckverteilung genau berücksichtigen zu wollen, erscheint zu weitgehend, da die in Frage kommenden Kräfte gegenüber dem Zughackenwiderstand bei voller Auslastung der Lokomotive zurücktreten. Eine zahlenmäßige Nachprüfung der Verhältnisse an einer schweren neuzeitlichen Lokomotive ergab, daß der bei Ausnutzung ihrer vollen Zugkraft eintretende Fehler in der Größenordnung von weniger als 1% bleibt. Sein Einfluß auf die höchstmögliche Reibungszugkraft ist darum sehr gering, was auch bei der Durchrech-

nung der später gezeigten Anwendungsbeispiele zu erkennen ist.

Für die folgenden Rechnungen denkt man sich die Fahrwiderstände der Lokomotive, ausgenommen den Steigungs- und den Beschleunigungswiderstand, mit dem Zugwiderstand an ihrem Zughacken vereinigt und bezeichnet diesen gedachten Zughackenwiderstand mit „W_h“.

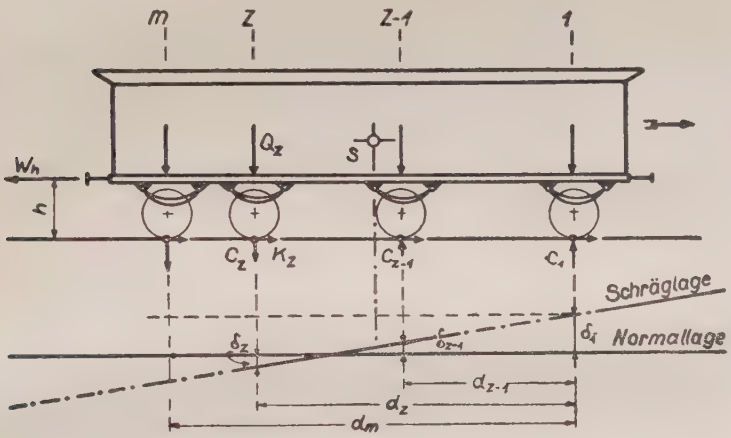

Bild 22

Wenn der Rahmen der Lokomotive sich bei beliebigem Zughackenwiderstand „W_h“ im Gleichgewicht befinden soll, so müssen sich erstens alle an ihm angreifenden äußeren Kräfte aufheben und zweitens muß die Summe aller von diesen Kräften herrührenden Momente Null ergeben. Da an der Lokomotive außer dem Zughackenwiderstand und den Reibungswiderständen zwischen den Treibrädern und Schienen als äußere Kräfte nur Schwerkraft bzw. Raddruck wirken, so können die gestellten Bedingungen nur durch eine Vergrößerung einzelner Raddrücke und durch eine insgesamt gleichgroße Verringerung der übrigen Raddrücke unter einem und demselben Rahmen erfüllt werden, der Rahmen muß sich also schräg stellen (Bild 22).

Bezeichnet man bei einem Fahrzeug mit „m“ Achsen (Bild 22) mit

„W_h“ den Zughackenwiderstand entsprechend der vorher gegebenen Bestimmung in t,

„Q_z“ den Raddruck an einer beliebigen Achse „z“ in t, wobei der Achsdruck angenähert gleich dem doppelten Raddruck sein soll, was bei elektrischen Lokomotiven wegen des Vorhandenseins nur umlaufender Massen bei allen Geschwindigkeiten der Fall ist,

„$\pm C_z$“ die Aenderung des Raddruckes einer beliebigen Achse „z“ in t durch das Bäumungsmoment,

„h“ die Höhe des Angriffspunktes des Zughakenwiderstandes über der Schienenoberkante in m,

„d_z“ wie früher den Abstand einer beliebigen Achse „z“ von der ersten Achse eines Rahmens in m,

so lassen sich nach dem vorher Gesagten folgende allgemeinen Gleichungen aufstellen:

$$\sum_{z=1}^{z=m} \pm C_z = 0, \tag{12}$$

$$W_h \cdot h - 2 \cdot \sum_{z=1}^{z=m} \pm (C_z \cdot d_z) = 0 \ . \tag{13}$$

Eine Aenderung des Raddruckes hat auch eine dem Weichheitsgrad der Tragfedern entsprechende Aenderung ihrer Durchbiegung zur Folge. An einem beliebigen Rade gilt nun, wenn die Aenderung der Durchbiegung seiner Tragfedern „δ_z“ in mm und der Weichheitsgrad der Federung „φ_z“ in mm/t ist,

$$\varphi_z \cdot C_z = \delta_z.$$

Da der Rahmen bei dieser Betrachtung als vollkommen starr angenommen werden darf, so läßt sich für ein „m“-achsiges Fahrzeug aus Bild 22 einfach ableiten:

$$\frac{\delta_1 + \delta_z}{\delta_1 + \delta_{z-1}} = \frac{d_z}{d_{z-1}} \qquad \text{oder}$$

$$\frac{\varphi_1 \cdot C_1 + \varphi_z \cdot C_z}{\varphi_1 \cdot C_1 + \varphi_{z-1} \cdot C_{z-1}} = \frac{d_z}{d_{z-1}} \quad \text{für } z = 3 \text{ bis } z = m. \tag{14}$$

Für ein „m“-achsiges Fahrzeug hat man allgemein „m — 2“ Gleichungen von der Form der Gleichung (14) zu bilden.

Ist der Weichheitsgrad aller Tragfedern derselbe, also $\varphi_z = \varphi_{z-1} = \varphi_1 = \varphi$, so wird

(14 a) $$\frac{C_1 + C_z}{C_1 + C_{z-1}} = \frac{d_z}{d_{z-1}} \text{ für } z = 3 \text{ bis } z = m.$$

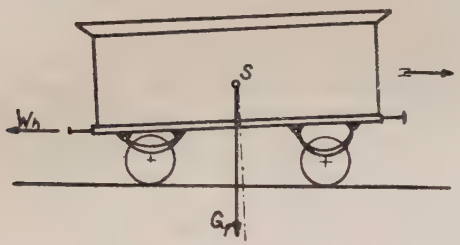

Bild 23

Durch die verschiedene Durchbiegung der Tragfedern unter dem Einfluß des Bäumungsmoments ändert sich die Höhenlage des Fahrzeugrahmens zum Gleis. Man denkt sich nun die Summe der abgefederten Maßen „G_f" im Schwerpunkt „S" der Lokomotive angreifend (Bild 23). Bei jeder Lagenänderung des Rahmens zur Geleiseebene, d. h. in diesem Falle zu der Ebene des Laufwerks der Lokomotive tritt auch eine Schwerpunktsverschiebung relativ zum Laufwerk ein, die eine entsprechende Aenderung in der Achsdruckverteilung bedingt.

Praktisch sind aber die vorkommenden Aenderungen der Lage des Rahmens zum Gleis nicht bedeutend, da die Federung der Lokomotive meist sehr hart ist. Die entsprechende Verschiebung der Schwerlinie ist darum auch so gering, daß ihr Einfluß auf die Raddruckverteilung ohne Bedenken vernachlässigt werden kann.

---

4. Berechnung der durch Triebwerkskräfte hervorgerufenen Raddruckänderungen einer Lokomotive.

Durch die Treibmotoren einer elektrischen Lokomotive wird das Drehmoment aufgebracht, das zur Ueberwindung des Zughakenwiderstandes „W_h" und der weiteren im vorher-

gehenden Abschnitt schon kurz gestreiften Eigenwiderstände der Lokomotive nötig ist. Das mechanische Mittel zur Uebertragung des Motordrehmoments auf die Treibräder der Lokomotive, kurz ihr „Triebwerk" genannt, kann je nach seiner Bauart eine zweite Ursache von Raddruckänderungen sein.

Die Uebertragung des Motordrehmoments auf die Treibräder geschieht bei den bisher bekannten Triebwerken entweder gleichförmig durch ein Drehmoment oder ungleichförmig durch Kräfte, die einen zeitlich sinusförmigen Verlauf nehmen. Die gleichförmige Kraftübertragung wird bewirkt entweder durch Achsmotoren, die aus elektrischen Gründen nur ein sehr beschränktes Anwendungsgebiet finden, oder durch Achsvorlegemotoren, oder durch Einzelachsantriebe mit Lagerung der Motoren im Rahmen nach Westinghouse, Buchli und Anderen. Die andere Art der Kraftübertragung benutzt gewöhnlich das von der Dampflokomotive bekannte Parallelkurbelgetriebe, das leider mit Totlagen behaftet ist. Totpunktfrei ist von den Stangenantrieben allein das Doppelparallelkurbelgetriebe.

Da nun den Treibrädern nur in senkrechter Richtung zur Gleisebene ein durch die Federung begrenztes Spiel gegeben ist, sie aber in wagrechter Richtung durch die Achslagergleitplatten mit dem Rahmen zwangsläufig verbunden sind, so wirken alle senkrechten Komponenten der Triebwerkskräfte zwischen den Treibmotoren und Treibrädern als äußere Kräfte auf den Rahmen und die Achsen. Ihre entsprechenden wagrechten Komponenten, wie auch die von den Motorgehäusen im Rahmen der Lokomotive fest gelagerter Motoren ausgeübten Widerstandsmomente, die nichts anderes als die Gegenmomente der Drehmomente der Treibräder sind, finden als i n n e r e Kräfte und Momente des Rahmens hier keine Berücksichtigung. Die senkrechten Triebwerkskräfte dagegen führen zu Aenderungen der Raddrücke der Lokomotive, die in ihrem zeitlichen Verlauf und in ihrer Größe durch die Triebwerksbauart und die Höhe der Gesamtzugkraft am Treibradumfang bestimmt sind.

Wenn sich der Rahmen der Lokomotive unter den in Betracht kommenden senkrechten Triebwerksdrücken im Gleichgewicht befinden soll, so müssen diese durch die auftretenden Raddruckänderungen in jedem Augenblick aufgehoben werden. Außerdem aber muß die Summe aus den Mo-

menten aller dieser Kräfte, die je nach der Triebwerksbauart konstant oder zeitlich veränderlich sein können, in jedem Augenblick Null ergeben.

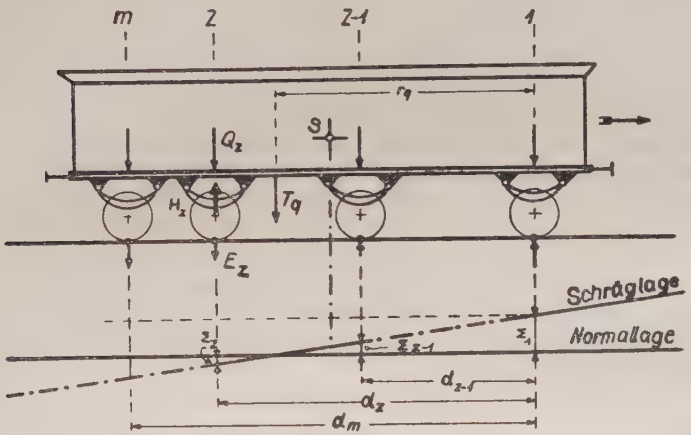

Bild 24

Bezeichnet man bei einer Lokomotive mit „m" Achsen, von denen „n" Treibachsen seien (Bild 24), mit

„Q_z" wie früher den ruhenden Raddruck an einer beliebigen Achse „z" in t,

„$\pm T_q$" eine an beliebiger Stelle des R a h m e n s wirkende senkrechte Triebwerkskraft in t,

„$\pm H_z$" eine an einem beliebigen Rade der Achse „z" wirkende Triebwerksgegenkraft in t,

„$\pm E_z$ die an einem beliebigen Rade der Achse „z" durch die Kräfte „$\pm T_q$" und „$\pm H_z$" in jedem Augenblick hervorgerufene Raddruckänderung in t,

„d_z" wie früher den Abstand einer beliebigen Achse „z" von der ersten Achse eines Rahmens in m,

„r_q" den Abstand des Angriffspunktes einer senkrechten Triebwerkskraft „$\pm T_q$" von der ersten Achse eines Rahmens in m,

so gelten folgende allgemeinen Gleichungen:

$$(15) \qquad 2 \cdot \sum_{z=1}^{z=m} + E_z - \sum_{q=1}^{q=q} + T_q = 0 \qquad \text{und}$$

$$(16)\quad 2 \cdot \sum_{z=1}^{z=m} \pm (E_z \cdot d_z) - \sum_{q=1}^{q=q} \pm (T_q \cdot r_q) = 0.$$

Die durch die Raddruckänderungen hervorgerufenen Aenderungen der Durchbiegung der Tragfedern aller Achsen lassen sich nun wieder unter der Annahme, daß der Rahmen der Lokomotive vollkommen starr sei, zur Gewinnung weiterer Gleichungen benutzen. Aus Bild 24, in dem die unter dem Moment der Triebwerksdrücke eintretende Schräglage des Rahmens schematisch angedeutet ist, läßt sich ablesen:

$$\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_z}{\varepsilon_1 + \varepsilon_{z-1}} = \frac{d_z}{d_{z-1}},$$

wo „ε_z" in mm die Aenderung der Federdurchbiegung an einem beliebigen Rade der Achse „z" ist. Ist der Weichheitsgrad der Federung an diesem Rade „φ_z" in mm/t, so ergibt sich:

$$\varepsilon_z = \varphi_z \cdot E_z .$$

Also ist nun

$$(17)\quad \frac{\varphi_1 \cdot E_1 + \varphi_z \cdot E_z}{\varphi_1 \cdot E_1 + \varphi_{z-1} \cdot E_{z-1}} = \frac{d_z}{d_{z-1}} \quad \text{für } z = 3 \text{ bis } z = m.$$

Für ein „m"-achsiges Fahrzeug hat man stets „m—2" Gleichungen von der Form der Gleichung (17) zu bilden. Bei einer Gliederlokomotive ist „m" die Anzahl der Achsen je Hauptrahmen.

Wie im vorhergehenden Abschnitt 3 erwähnt, tritt infolge der Schrägstellung des Rahmens eine Verschiebung der Schwerlinie der Lokomotive ein. Die hierdurch bedingte Aenderung in der Verteilung der Gesamtlast auf die einzelnen Achsen und Räder ist jedoch praktisch ohne Bedeutung.

Bei der Berechnung der Raddruckänderungen einer Lokomotive, soweit diese von Triebwerkskräften herrühren, müssen in jedem Falle die baulichen Einzelheiten des betreffenden Triebwerkes genau bekannt sein. Bei der Aufstellung der vorstehenden Gleichungen (15) und (16) war z. B. stillschweigend vorausgesetzt worden, daß die Triebwerkskraft „T_q" symmetrisch zur Fahrzeuglängsachse am Rahmen angreift. Ist dies nicht der Fall wie z. B. bei unsymetrisch aufgehängten Tatzenlagermotoren oder auch unter Berücksichtigung des zeitlichen Kräfteverlaufes beim Schrägstangenantrieb, so wer-

den verschieden große Raddruckänderungen „E_z und E'_z“ an den beiden Rädern einer Achse auftreten, deren Moment um die Fahrzeuglängsachse dem entgegenwirkenden Momente der Triebwerkskraft „T_q“ das Gleichgewicht halten muß.

Die senkrechten Triebwerkskräfte zwischen Rahmen und Treibrädern treten stets als Kräftepaare auf, d. h. es gehört zu jeder am Rahmen wirkenden Triebwerkskraft „T_q“ eine gleich große entgegengesetzt gerichtete Triebwerksgegenkraft „$H_z + H'_z$“, die direkt auf die Treibachsen bzw. -räder wirkt. Ihre Verteilung auf die beiden Räder einer Treibachse hängt von der Lage der Kraftangriffspunkte z. B. der Tatzenlagermitten oder der Treibzapfenmitten zu den Ebenen der Radaufstandspunkte auf den Schienen ab.

Eine Erörterung über das Verhalten verschiedener Triebwerksbauarten hinsichtlich der durch sie im Betriebe hervorgerufenen Raddruckänderungen findet sich im Teil IV dieser Untersuchung, in dem die Durchrechnung einiger Typenbeispiele von elektrischen Lokomotiven mit verschiedenen Arten von Antrieben vorgenommen wird.

---

5. Berechnung der durch den Steigungswiderstand einer Lokomotive auftretenden Raddruckänderungen.

Fährt eine Lokomotive auf einer gegen die Wagrechte um den Winkel „α“ geneigten Bahn, so zerlegt sich ihr im Schwerpunkt vereinigt gedachtes Gesamtgewicht „G“ in eine zur Bahnebene parallele Komponente „$G \cdot \sin \alpha$“ und in eine zu ihr senkrechte Komponente „$G \cdot \cos \alpha$“ (Bild 25).

Die zur Bahnebene senkrechte Komponente „$G \cdot \cos \alpha$“ tritt wie bei der Fahrt auf wagrechter Bahn als Summe aller einzelnen Raddrücke in die Erscheinung und ruft darum kein Moment auf den Rahmen der Lokomotive hervor. Der zur Bahnebene parallelen Komponente „$G \cdot \sin \alpha$“ aber, die auch als Steigungswiderstand „W_s“ der Lokomotive bezeichnet wird, muß durch äußere Kräfte das Gleichgewicht gehalten werden. Bei einer Lokomotive sind dies die Reibungskräfte „K_z“, die in den Berührungspunkten zwischen den Treibrädern und Schienen angreifen und mit dem Steigungswiderstand „W_s“ ein Kräftepaar bilden, dessen Moment von der Größe „$W_s \cdot \eta$“ ist.

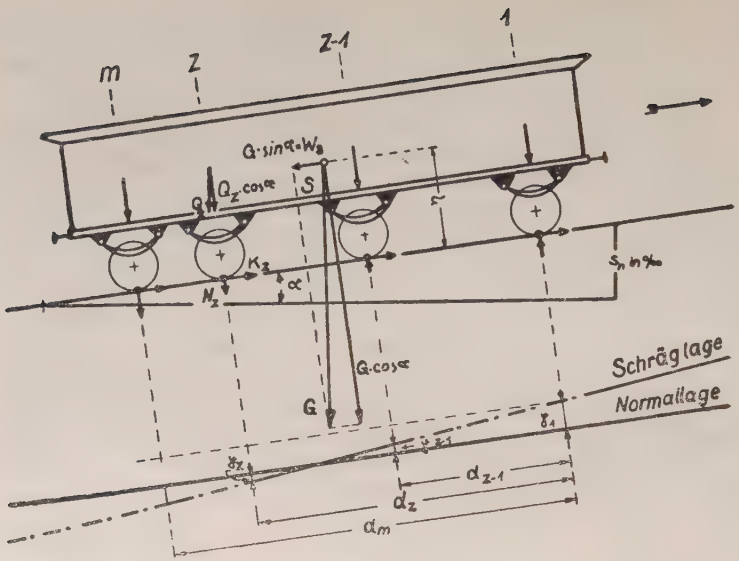

Bild 25

Soll sich nun auf beliebig geneigter Bahn der Lokomotivrahmen stets im Gleichgewicht befinden, so müssen sich alle an ihm angreifenden äußeren Kräfte und die von ihnen herrührenden Momente um einen beliebigen Punkt des Rahmens aufheben. Wie schon im Abschnitt 3 erörtert, ist dies nur durch eine Vergrößerung einzelner Raddrücke und eine insgesamt gleichgroße Verringerung der übrigen Raddrücke eines Rahmens möglich. Bezeichnen daher (Bild 25)

„G" das im Schwerpunkt „S" vereinigt gedachte Gesamtgewicht der Lokomotive in t,

„η" den senkrechten Abstand des Schwerpunktes „S" von der Bahnebene in m,

„α" den Neigungswinkel der Bahn gegen die Wagrechte, der meist in der Form „$\text{tg}\alpha = \frac{s_n}{1000}$" ($s_n$ in mm) angegeben ist,

„W_s" den Steigungswiderstand der Lokomotive in t,

„$Q_z \cdot \cos\alpha$" den ruhenden Raddruck an einer beliebigen Achse „z" in t,

„$\pm N_z$" die Aenderung des Raddruckes an einer beliebigen Achse „z" durch das Moment des Neigungswiderstandes in t,

„d_z" wie früher den Abstand einer beliebigen Achse „z" von der ersten Achse eines Rahmens in m,

so lassen sich für ein „m" achsiges Fahrzeug folgende allgemeinen Gleichungen ableiten:

$$(18) \qquad \sum_{z=1}^{z=m} \pm N_z = 0 \qquad \text{und}$$

$$(19) \qquad W_s \cdot \eta - 2 \cdot \sum_{z=1}^{z=m} \pm N_z \cdot d_z = 0.$$

Da die größte nach der Bau- und Betriebsordnung der Eisenbahnen für das Deutsche Reich zugelassene Neigung für Reibungsbahnen nur $s_n = 40$ mm/m beträgt, so kann für praktische Rechnungen unbedenklich $\cos\alpha = 1$ gesetzt werden. Die Raddrücke werden damit

$$Q_z \cdot \cos\alpha \sim Q_z$$ und die Schwergewichtskomponente der Lokomotive senkrecht zur Bahnebene

$$G \cdot \cos\alpha \sim G.$$

Unter der eben gemachten Voraussetzung darf auch gesetzt werden:

$$\sin\alpha \sim \operatorname{tg}\alpha = \frac{s_n}{1000},$$

sodaß gesetzt werden kann:

$$W_s = G \cdot \sin\alpha = G \cdot \frac{s_n}{1000}.$$

Für Bahnen mit wesentlich größeren Steigungen, also insbesondere für Zahradbahnen sind diese Vereinfachungen nicht zulässig.

Die sich aus der Steigung ergebenden Raddruckänderungen haben an jeder Achse eine der Weichheit ihrer Federung entsprechende Aenderung in der Durchbiegung derselben zur Folge. Bezeichnet man an einem beliebigen Rade mit

„γ_z" die Aenderung der Federdurchbiegung in mm und mit „φ_z" die Weichheit der Federung in mm/t, so ist

$$\varphi_z \cdot N_z = \gamma_z.$$

Der Rahmen werde bei dieser Betrachtung als vollkommen starr angenommen, dann läßt sich aus Bild 25 für ein „m"-achsiges Fahrzeug ableiten:

$$\frac{\gamma_1 + \gamma_z}{\gamma_1 + \gamma_{z-1}} = \frac{d_z}{d_{z-1}} \quad \text{oder}$$

$$\frac{\varphi_1 \cdot N_1 + \varphi_z \cdot N_z}{\varphi_1 \cdot N_1 + \varphi_{z-1} \cdot N_{z-1}} = \frac{d_z}{d_{z-1}} \quad \text{für } z=3 \text{ bis } z=m, \tag{20}$$

Daraus hat man für ein beliebiges Fahrzeug (m—2) Gleichungen von der Form der Gleichung (20) zu bilden. Bei einer mehrteiligen Lokomotive ist jeder Hauptrahmen gesondert zu betrachten.

Wie in den beiden vorhergehenden Abschnitten erwähnt, bedingt auch die durch den Steigungswiderstand hervorgerufene Schräglage des Rahmens zum Gleis eine geringfügige Aenderung in der Verteilung der ruhenden Raddrücke, die aber als unbedeutend vernachlässigt wird.

---

6. Erörterung über den Einfluß von senkrechten Unebenheiten der Gleislage auf die Raddrücke der Lokomotive.

So wenig es gelingt, das Gleis von Richtungsfehlern dauernd frei zu erhalten, so wenig ist dies hinsichtlich Fehlern in seiner Höhenlage der Fall. Je nach Untergrund und Bettungsart liegt ein Geleise mehr oder weniger fest und wird darum in senkrechter Richtung unter der Last eines darüber rollenden Fahrzeugs kleinere oder größere, elastische Senkungen erfahren.

Ist nun die Elastizität von Gleis und Bettung über die ganze Länge des befahrenen Geleises gleich groß, so wird auch die Einsenkung unter der Radbelastung überall dieselbe sein. Anders wird dies, wenn sich im Geleise schwache Stellen oder sonstige Unstetigkeiten wie Schienenstöße, Weichen, Kreuzungen und dergl. Stellen befinden. Unter der Voraussetzung; daß der Rahmen der Lokomotive beim Befahren solcher Stellen in seiner einmal eingenommenen Ruhelage verharrt, senkt oder hebt sich hier nur das einzelne darüber rollende Rad, wobei sich die Spannung seiner Tragfedern entsprechend verringert oder erhöht. Es tritt also an diesem Rade

für den Augenblick eine Aenderung seines Raddruckes ein. Je nach der Fahrgeschwindigkeit wird diese Aenderung mit einem mehr oder minder heftigen Stoß erfolgen, der eine entsprechende Lagenänderung des Lokomotivrahmens bewirken kann.

Die starke Reibung der Blattfederpakete der einzelnen Achsen sorgt jedoch für eine kräftige Dämpfung der eventuell entstandenen Schwankung, sodaß die Ruhelage des Rahmens rasch wiederhergestellt wird. Nur wenn die Fahrgeschwindigkeit eine solche Höhe erreicht hat, daß regelmäßig, etwa von mangelhaften Schienenstößen ausgelöste Stöße in dem Rythmus auf den Rahmen wirken, der der Eigenschwingungszahl der gefederten Lokomotivmassen in senkrechter Richtung entspricht, können gefährliche Resonanzschwingungen auftreten, die unzulässig hohe Beanspruchungen der Tragfedern verursachen.

Die in den letzten Jahren planmäßig durchgeführte Verminderung der Schienenstöße auf rasch befahrenen Strecken durch Einbau von 30 m langen Schienen hat sich in dieser Hinsicht als vorteilhaft erwiesen. Auch die Einführung des festen Stoßes auf Doppelschwellen wirkt der Bildung von schädlichen Treppen im Geleise wirksam entgegen.

Die mathematische Erfassung der Höhe der bei solchen Schwankungen auftretenden Raddruckänderungen erscheint in allgemeiner Form kaum durchführbar. Das Maß dieser Raddruckänderungen hängt einerseits von den baulichen Einzelheiten der Lokomotive, andererseits von der Gleisbeschaffenheit ab. Darum ist es wohl denkbar, daß sich im Einzelfalle der Einfluß der Gleislage auf eine bestimmte Lokomotivbauart unter gewissen Annahmen über die Gleisbeschaffenheit rechnerisch untersuchen läßt. Praktisch aber wird man auf dem Rechnungswege allein hier nur schwer zum Ziele kommen, wenn nicht auch zweckentsprechend ermittelte Versuchsergebnisse zur Verfügung stehen.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß auch die senkrechten Unebenheiten des Gleises durch unerwünschte Aenderungen in der Raddruckverteilung einer Lokomotive einen wichtigen Einfluß auf die Ausnutzung der Schienenreibung ausüben können, und daß dieser Einfluß sich bei höherer Fahrgeschwindigkeit stärker bemerkbar machen muß.

---

7. Erörterung über den Einfluß von Verschiebungen des Schwerpunktes beweglicherTeile der Lokomotive auf die Raddrücke.

Die im Betrieb eintretenden Schwerpunktverschiebungen in einer elektrischen Lokomotive werden vornehmlich durch den Wechsel des Personals von einem Führerstand zum anderen beim Wechseln der Fahrtrichtung hervorgerufen. Bei der heute im Allgemeinen noch üblichen Besetzung einer elektrischen Lokomotive durch zwei Mann ist jedoch das dadurch bewegte Gewicht nur etwa 150 kg, was bei einem Abstand der beiden Führerstände voneinander von etwa 15 m einem Gesamtmoment von nur 2250 kgm entspricht.

Von den auf einer elektrischen Lokomotive eingebauten Apparaten enthält nur der ölisolierte Transformator eine nennenswerte Menge Flüssigkeit, deren Schwerpunktslage sich, da der Oelkessel meist eine vollkommen freie Oberfläche des Flüssigkeitsspiegels zeigt, bei Geschwindigkeitsänderungen und bei Fahrten auf einer Steigung ändert. Die meisten übrigen Ausrüstungsteile einer elektrischen Lokomotive sind unverrückbar auf ihr befestigt.

Im Allgemeinen wird man daher von einer Berücksichtigung dieser zahlenmäßig unbedeutenden Massenverschiebungen bei der Untersuchung der Raddrücke von elektrischen Lokomotiven absehen können, wenn man nicht eine sehr genaue Rechnung durchzuführen wünscht. Bei der Berechnung von Raddruckänderungen an Dampflokomotiven hingegen müßte die durch die freie Oberfläche des Wassenspiegels im Kessel mögliche Schwerpunktsverlagerung bei Geschwindigkeitsänderungen und auf der Neigung mitberücksichtigt werden.

---

8. Erörterung über den Einfluß der Beschleunigung oder Verzögerung der Lokomotive auf die Raddrücke.

Die Aenderung der Fahrgeschwindigkeit einer Lokomotive bedingt eine entsprechende Aenderung der ihr innewohnenden lebendigen Energie. Ist

$\frac{G}{9{,}81}$ " die Gesamtmasse der Lokomotive in $\frac{\text{t. sek}^2}{\text{m}}$, wo

„G“ ihr Gesamtgewicht in t und „9,81“ m/sek² die Beschleunigung durch die Schwerkraft ist, und ist ferner

„$\pm p$“ die Beschleunigung oder Verzögerung der Lokomotive in m/sek²,

so ist ihr Beschleunigungswiderstand bzw. bei Verzögerung die abzubremsende Massenkraft

$$\pm W_b = \pm \frac{G \cdot p}{9{,}81} \text{ t.}$$

Diese Kraft „$\pm W_b$“ kann man sich, wie den im Abschnitt 5 erörterten Steigungswiderstand „W_s“, im Gesamtschwerpunkt „S“ der Lokomotive in der zur Bahnebene parallelen Richtung angreifend denken (Bild 26). Die an den Berührungspunkten ihrer Treibräder bzw. ihrer gebremsten Räder mit den Schienen angreifenden Reibungswiderstände „$\pm K_z$“ wirken in ihrer Gesamtheit der Massenkraft „$\pm W_b$“ entgegen und bilden mit ihr ein Moment von der Größe „$\pm W_b \cdot \eta$“.

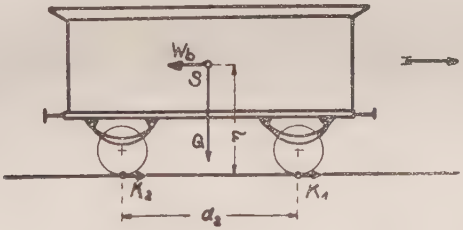

Bild 26

Da sich der Lokomotivrahmen auch bei Geschwindigkeitsänderungen im Gleichgewicht befinden soll, und da außer der Schwerkraft und den Raddrücken keine weiteren äußeren Kräfte an ihm angreifen, so müssen sich auch in diesem Falle Aenderungen in der Verteilung des Rahmengewichtes auf die einzelnen Achsen bzw. Räder ergeben. Zu ihrer Berechnung können die Gleichungen (18), (19) und (20) sinngemäße Anwendung finden, in denen allein der Steigungswiderstand „W_s“ durch die Massenkraft „W_b“ zu ersetzen ist.

Bei elektrischen Lokomotiven ist der Einfluß der umlaufenden Massen der Motorläufer und Zahnräder von nicht zu unterschätzender Bedeutung auf die Massenkraft „W_b“ bei Geschwindigkeitsänderungen. Ihr Einfluß wird bei dieser Berechnung von Raddruckänderungen am besten durch einen prozentualen Zuschlag zur Massenkraft „W_b“ berücksichtigt, der für jede Lokomotivbauart besonders errechnet werden muß.

Die allgemeine Untersuchung der den Reibungswert und die Raddrücke einer elektrischen Lokomotive beeinflussenden Umstände ist damit abgeschlossen.

III. Spezieller Teil.

Die im vorhergehenden Teil II durchgeführten allgemeinen Untersuchungen über Art und Größe der durch die Bauart und die Betriebsbedingungen einer elektrischen Lokomotive gegebenen einzelnen Wirkungen auf die Raddrücke und Reibungswerte zwischen Rädern und Schienen ergeben zunächst noch kein Bild von ihrer Gesamtwirkung auf die Ausnutzung des Reibungsgewichtes der Lokomotive, d. h. auf ihren praktischen Reibungswert. Es ist darum notwendig, zu untersuchen, welche Größen außer den schon erörterten noch die Zugkraft bei elektrischen Lokomotiven bestimmen.

Während nun Raddruck und Reibungswert die Bestimmungsgrößen für den zulässigen Höchstwert der Zugkraft am Treibradumfang einer Lokomotive mit Rücksicht auf das Schleudern der Treibräder ergeben, sind die Eigenschaften des treibenden Elektromotors und seiner Steuerung die Bestimmungsgrößen für ihren möglichen Höchstwert. Nicht selten muß nämlich die mit Rücksicht auf Raddruck und Reibungswert zulässige Höchstzugkraft der Lokomotive wegen der Bauart ihrer Steuerung, z. B. bei grober Stufung der Fahrmotorspannungen, nicht unwesentlich unterschritten werden, soll nicht Schleudern der Treibräder eintreten.

Bei der elektrischen Lokomotive werden Zugkraft und Fahrgeschwindigkeit durch die den Motoren aufgedrückte Klemmenspannung verändert. Bei gegebener Fahrmotorspannung sind Zugkraft und Fahrgeschwindigkeit der Lokomotive noch abhängig von den charakteristischen Eigenschaften ihrer Fahrmotoren in elektrischer und magnetischer Hinsicht, die durch das Ohm'sche und das Induktionsgesetz gegeben sind. Da aber die Beziehung zwischen dem Motorstrom und der gegenelektromotorischen Kraft des Motorläufers nicht durch eine eindeutige mathematische Gleichung ausdrückbar ist, sondern, bestimmt durch die magnetischen Eigenschaften der beim Bau des Fahrmotors verwendeten Eisenwege, für jede Motor-

art und in engen Grenzen sogar für Motoren derselben Bauart unter sich verschieden sein kann, wird sie im folgenden einfach durch die Funktionsbezeichnung „f(....)“ wiedergegeben. Anstelle der Drehzahl des Motors wird im Rahmen dieser Untersuchung stets die auf den Umfang des zwangläufig mit ihm verbundenen Treibrades bezogene Umfangsgeschwindigkeit gesetzt und auch die Motorzugkraft selbst auf den Treibradumfang bezogen, sodaß der allgemeine Ausdruck für die genannte Beziehung, eine sogenannte Kennlinie des Motors darstellend, lautet:

(21) $Z_z^{mot} = f\,(v + v_z^l)$ t/Motor, wo „Z_z^{mot}“

die Zugkraft des Treibmotors bezogen auf den Umfang der Treibachse „z“ ist. Der Inhalt der Klammer drückt die Umfangsgeschwindigkeit des Treibrades „z“ aus, die sich aus der Fahrgeschwindigkeit „v“ in m/sek und der Längsgleitgeschwindigkeit „v_z^l“ d. h. der Schlupfgeschwindigkeit zwischen diesem Treibrade und der Schiene, ebenfalls in m/sek zusammensetzt. Wie oben erwähnt, gibt es keinen mathematischen Ausdruck für die Motorkennlinie, der für praktische Rechnungen an die Stelle der Funktion „f(...)‘ gesetzt werden könnte. Man ist darum für praktische Rechnungen auf durch Versuche ermittelte Kennlinien bei ausgeführten Motoren oder bei Neuentwürfen auf näherungsweise vorausberechnete Kurven angewiesen.

Von den auf elektrischen Lokomotiven als Treibmittel verwendeten Motoren sollen den folgenden Gedankengängen nur Motoren mit Reihenschlußcharakteristik zugrundegelegt werden, deren Kennlinien eine mit steigender Umfangsgeschwindigkeit stark sinkende Zugkraft aufweisen. Es sind dies die in der elektrischen Zugförderung im Gleich- und Einphasenwechselstromsystem vorherrschenden Reihenschlußmotoren.

Während es beim Gleichstromsystem zur wirtschaftlichen Regelung der Fahrgeschwindigkeiten notwendig ist, die Reihenschlußmotoren zuerst hintereinander und dann nebeneinander zu schalten (Reihen-Parallelschaltung), entfällt die Reihenschaltung beim Einphasenwechselstromsystem. Die Motoren einer Lokomotive bleiben bei diesem System stets nebeneinandergeschaltet (Parallelschaltung), da die Motorspannung durch Umspannung der Fahrdrahtspannung mittels Stufen-

transformator in jeder benötigten Höhe erhalten werden kann und dadurch eine genügende Anzahl wirtschaftlicher Geschwindigkeitsstufen zu erreichen ist.

Mit Rücksicht darauf, daß diese Untersuchungen von Versuchsergebnissen mit Lokomotiven für Einphasenwechselstrom ausgingen, und daß dieses System im Vollbahnbetrieb auf dem europäischen Festlande die weiteste Verbreitung gefunden hat, sollen im folgenden nur Lokomotiven mit parallelgeschalteten Einphasenwechselstromreihenschlußmotoren in Betracht gezogen werden.

Andere Bauarten für Wechselstrom, von denen hauptsächlich noch die Drehstrominduktionsmotoren im Elektrisierungsbereich der italienischen Staatsbahnen eine wichtige Rolle spielen, interessieren im Rahmen dieser Untersuchung weniger, da sie Nebenschlußcharakter besitzen und daher ihre Drehzahl über einen weiten Lastbereich fast gleichbleibend ist. Dieser Umstand hat bei der Parallelschaltung der Motoren mehrerer einzeln angetriebener Achsen eine ähnliche Wirkung auf ihre Drehzahl, wie wenn diese Achsen mechanisch zwangläufig gekuppelt wären. Damit verwischen sich aber für derartige Antriebe die Unterschiede zwischen Lokomotiven mit einzeln angetriebenen und gekuppelten Achsen beinahe völlig, deren Untersuchung gerade das Ziel dieser Arbeit ist.

Da die Charakteristik der Reihenschlußmotoren eine f a l l e n d e ist, d. h. da deren Zugkraft mit steigender Drehzahl sinkt, so ist aus Gleichung (21) zu erkennen, daß bei einer bestimmten Motorspannung und Fahrgeschwindigkeit der Lokomotive die Zugkraft derjenigen Achse oder Achsgruppe unter der Voraussetzung gleicher Raddrücke am höchsten ist, die in der Längsrichtung am wenigsten gleitet. Der Fall, daß eine Achse oder Achsgruppe einer arbeitenden Lokomotive in der Längsrichtung überhaupt nicht gleitet, kann praktisch nur in der geraden Strecke eintreten.

Es gilt nun, die Anwendung der bis jetzt gefundenen allgemeinen mathematischen Beziehungen auf drei grundsätzlich verschiedene Arten von Antriebsbauformen elektrischer Lokomotiven, nämlich auf den Einzelachsantrieb, den Mehrgruppenantrieb und den Eingruppenantrieb zu suchen. Dies ist wiederum zunächst in allgemeiner Form d. h. ohne Kenntnis der einzelnen Abmessungen von Lokomotive und Triebwerk

in den drei folgenden Abschnitten a) bis c) durchgeführt. Dabei soll angenommen werden, daß bei Verwendung mehrerer parallel geschalteter Motoren diese genau gleiche Kennlinien besitzen.

---

a) Untersuchung der Lokomotive mit einzeln angetriebenen Achsen.

Sind in einer einrahmigen Lokomotive „n" Treibmotoren gleicher Leistung und ebensoviele einzeln angetriebene Achsen von gleichem Laufkreisdurchmesser vorhanden, so wird der Zugkraftanteil einer beliebigen Achse in der geraden Strecke im Beharrungszustand betragen:

$$Z_z + Z'_z = \mu_z \cdot (2 \cdot Q_z \pm 2 \cdot C_z \pm H_z \pm H'_z \pm E_z \pm E'_z \pm 2 \cdot N_z) \text{ t/Achse.}$$

Durch Summierung der Zugkraftanteile aller „n" Treibachsen läßt sich die Gesamtzugkraft der Lokomotive in der Geraden angeben als:

$$Z = \sum_{z=1}^{z=n} \mu_z \cdot (2. Q_z \pm 2. C_z \pm H_z \pm H'_z \pm E_z \pm E'_z \pm 2 \cdot N_z) \text{ t.}$$

Da nun bei der Fahrt in der Geraden keine durch Führungsdrücke erzwungene Gleitbewegung der Räder auf den Schienen eintritt, steht für die Ausnutzung durch die Umfangskraft an jedem Treibrad der volle Haftreibungswert „μ_0" (Bild 12) zur Verfügung. Diese Feststellung gilt allerdings nur mit der Einschränkung, daß keine der in den Abschnitten 2 und 6 des Teiles II besprochenen unregelmäßigen Bewegungen auftritt, die das reine Rollen der Räder im Geleise stört.

Im vorliegenden Falle ist in Gleichung (21) für alle Treibachsen „v^1_z" gleich Null zu setzen, wodurch der Anteil aller Treibachsen an der Gesamtzugkraft, bedingt durch das Gesetz

$$Z_z^{mot} = f\,(v) \text{ t/Motor,}$$

für eine bestimmte Motorklemmenspannung gleich groß werden muß. Die größte Gesamtzugkraft der Lokomotive — künftig kurz als „Grenzzugkraft" bezeichnet — ist darum in der Geraden unter der Bedingung, daß „$v^1_z = 0$" sei,

$$(22)\ Z_{max} = n \cdot \mu_0 : (2 \cdot Q_z \pm 2 \cdot C_z \pm H_z \pm H'_z \pm E_z \pm E'_z \pm 2 \cdot N_z)_{min} \quad t.$$

Der Berechnung der höchstmöglichen Zugkraft „Z_{max}" muß dabei die am geringsten belastete Achse zugrundegelegt werden, was durch den Ausdruck „$(.....)_{min}$" gesagt ist.

Bei der Fahrt durch eine Bahnkrümmung liegen die Verhältnisse anders, da sie stets mit Gleitbewegungen der Räder auf den Schienen verbunden ist. Man hat hier die früher ermittelten allgemeinen Gleichungen (9) und (10) für die Gleichgewichtsbedingungen am Rahmen einer „m"-achsigen Lokomotive mit „n" Treibachsen und ebensovielen einzeln antreibenden Fahrmotoren anzuwenden. Für die Berechnung der in diesen Gleichungen vorkommenden Komponenten „K_z, K'_z, G_z und G'_z" der Reibungswiderstände „$\mu_z Q_z$" nach den Gleichungen (6a), (6b), (7a) und (7b) müssen aber dort anstelle der ruhenden Raddrücke „Q_z" die Raddrücke der ziehenden Lokomotive eingesetzt werden, die durch die Ausdrücke „$(Q_z \pm C_z \pm H_z \pm E_z \pm N_z)$" für ein an der Kurveninnenseite befindliches Rad und „$(Q_z \pm C_z \pm H'_z \pm E'_z \pm N_z)$" für ein Rad der Kurvenaußenseite gegeben sind. Die Grenzzugkraft der Lokomotive

$$Z_{max} = \sum_{z=1}^{z=n} Z_z + \sum_{z=1}^{z=n} Z'_z \quad t$$

aber berechnet sich unter Berücksichtigung der zusätzlichen Zugkräfte von in der Krümmung führenden Treibachsen aus Gleichung (11).

Der an jeder Achse zur Verfügung stehende Reibungswert „μ_z" ist nun nicht mehr dem Haftreibungswert „μ_0" gleich; er ist von der mittleren Gleitgeschwindigkeit „v_z^g" an den Berührungspunkten ihrer beiden Räder mit den Schienen abhängig. Diese Gleitgeschwindigkeit ergibt sich nach Gleichung (8), wenn der Einfluß der Spurweite „$2 \cdot s$" vernachlässigt wird (Seite 33), zu

$$v_z^g = v \cdot \frac{\sqrt{(x - d_z)^2 + y_z^2}}{R} \text{ m/sek.}$$

Der Reibungswert „μ_z" ist für jede berechnete Gleitgeschwindigkeit „v_z^g" gesondert aus der Kurve Bild 12 zu entnehmen.

Die mittlere Längsgleitgeschwindigkeit berechnet sich entsprechend nach Gleichung (8b) zu

$$v_z^l = v \cdot \frac{y_z}{R} \text{ m/sek.}$$

Es gehört demnach bei der Lokomotive mit Einzelachsantrieben zu jeder Teilzugkraft „$(Z_z + Z'_z)$" einer beliebigen Treibachse „z" eine bestimmte aus Fahrgeschwindigkeit „v" und Längsgleitgeschwindigkeit „v_z^l" gebildete Umfangsgeschwindigkeit der Treibräder, für die man allgemein die Funktionsgleichung

$$(23) \qquad Z_z + Z'_z = \psi(v + v_z^l) = \psi\left(v + v \cdot \frac{y_z}{R}\right) \text{ t/Achse}$$

anschreiben kann. Sie gibt für die betrachtete Achse bei jeder Gleitgeschwindigkeit die Grenzzugkraft an, wogegen Gleichung (21) das durch die Motorkennlinien bedingte Verhältnis der Teilzugkräfte der einzelnen Achsen zueinander regelt. Ermittelt man daher nach Gleichung (23) für einen gewählten Betriebsfall und bei verschiedenen Umfangsgeschwindigkeiten „$(v + v_z^l)$" die Grenzzugkräfte „$(Z_z + Z'_z)$" und zeichnet man sie zusammen mit den Motorkennlinien nach Gleichung (21) in ein gemeinschaftliches Koordinatensystem ein, dessen Abszissensache die Umfangsgeschwindigkeiten und dessen Ordinatenachse die Zugkräfte trägt, so geben die Schnittpunkte der Motorkennlinie für eine beliebige Schaltstufe mit den Grenzzugkraftlinien der Treibachsen der Lokomotive die bei dieser Schaltstufe an jeder Achse auftretende Zugkraft an.

---

b) Untersuchung der Lokomotive mit mehreren Gruppen von miteinander gekuppelten Achsen.

Es werde nun eine einrahmige Lokomotive betrachtet, bei der jeder Treibmotor oder Doppelmotor je eine Gruppe von „r" miteinander zwangläufig gekuppelten Achsen antreibt. Die Gesamtzahl der Treibachsen sei „n", jede Gruppe enthalte dieselbe Anzahl miteinander gekuppelter Achsen. Es sind demnach „$\frac{n}{r}$" Treibachsgruppen vorhanden.

Der mit Rücksicht auf die Reibungsverhältnisse zulässige Zugkraftanteil einer beliebigen Treibachsgruppe, die das Ordnungskennzeichen „ν" tragen soll, beträgt bei Fahrt in der Geraden

$$Z_\nu = \sum_{z=1_\nu}^{z=r_\nu} \mu_z \cdot (2 \cdot Q_z \pm 2 \cdot C_z \pm H_z \pm H'_z \pm E_z \pm E'_z \pm 2 \cdot N_z) \quad \text{t/Treibachsgruppe.}$$

Durch Summierung der einzelnen Zugkraftanteile aller „$\frac{n}{r}$" Treibachsgruppen erhält man die mit Rücksicht auf die Reibungsverhältnisse zulässige Grenzzugkraft der Lokomotive zu

$$Z_{max} = \sum_{\nu=1}^{\nu=\frac{n}{r}} Z_\nu = \sum_{\nu=1}^{\nu=\frac{n}{r}} \sum_{z=1_\nu}^{z=r_\nu} \mu_z \cdot (2 \cdot Q_z \pm 2 \cdot C_z \pm H_z \pm H'_z \pm E_z \pm E'_z \pm 2 \cdot N_z) \quad \text{t.}$$

Wenn bei der Fahrt in der Geraden bei keiner Treibachsgruppe Rädergleiten eintreten soll, also bei „$v'_\nu = 0$", so müssen die Zugkraftanteile aller „$\frac{n}{r}$" Treibachsgruppen einer Lokomotive gleich groß sein, da bei parallel geschalteten Treibmotoren gleiche Umfangsgeschwindigkeit der Treibräder auch gleiche Zugkräfte aller Treibmotoren voraussetzt, entsprechend der für irgend eine gewählte Spannungsstufe gültigen Beziehung

$$Z_\nu^{mot} = f(v) \quad \text{t/Motor.}$$

Die Grenzzugkraft auf gerader Strecke ist daher einfach entsprechend Gleichung (22):

$$(24)\ Z_{max} = \frac{n}{r} \cdot Z_{\nu\,min} = \frac{n}{r} \cdot \mu_o \cdot \left\{ \sum_{z=1_\nu}^{z=r_\nu} (2 \cdot Q_z \pm 2 \cdot C_z \pm H_z \pm H'_z + E_z \pm E'_z \pm 2 \cdot N_z \right\}_{min} \quad \text{t.}$$

Bei der Fahrt durch eine Bahnkrümmung hingegen werden durch die Führungsdrücke der anlaufenden Räder Gleitbewegungen zwischen Rädern und Schienen herbeige-

führt, deren Größe von der Lage des ideellen Reibungsmittelpunktes zu dem betrachteten Rade abhängt. Da alle zwangsläufig gekuppelten Achsen dieselbe Umfangsgeschwindigkeit haben, so müssen sie auch dieselbe Längsgleitgeschwindigkeit haben. Darum besitzt jede Gruppe gekuppelter Treibachsen nur e i n e n ideellen Reibungsmittelpunkt. Sein Abstand von der Fahrzeuglängsachse sei für eine beliebige Treibachsgruppe „y_v" m. Der Anteil dieser Gruppe an der Gesamtzugkraft der Lokomotive errechnet sich dann nach der früher ermittelten Gleichung (11) zu

$$(25)\quad Z_v = \sum_{z=1_v}^{z=r_v} Z_z + \sum_{z=1_v}^{z=r_v} Z'_z = \sum_{z=1_v}^{z=r_v} K_z + \sum_{z=1_v}^{z=r_v} K'_z + \sum_{z=1_v}^{z=r_v} \mu_z \cdot Y_z$$

t/Treibachsgruppe.

Die gesamte Reibungszugkraft der Lokomotive beim Lauf durch eine Bahnkrümmung ergibt sich unter Hinzunahme der zusätzlichen Zugkraft von führenden Treibachsen zu

$$(25a)\quad Z = \sum_{v=1}^{v=\frac{n}{r}} Z_v = \sum_{v=1}^{v=\frac{n}{r}} \left| \sum_{z=1_v}^{z=r_v} K_z + \sum_{z=1_v}^{z=r_v} K'_z + \sum_{z=1_v}^{z=r_v} \mu_z \cdot Y_z \right| \text{ t.}$$

Zur Berechnung der Gesamtzugkraft sind außerdem noch die weiteren Bedingungsgleichungen (9) und (10) für das Gleichgewicht der Kräfte und Momente am Lokomotivrahmen beim Krümmungslauf anzuwenden. Bei der Ermittlung der in diesen Gleichungen auftretenden Komponenten „K_z, K'_z, G_z und G'_z" aus den Gleichungen (6 a), (6 b), (7 a) und (7 b) sind dort aber anstelle der ruhenden Raddrücke „Q_z" die Raddrücke der ziehenden Lokomotive einzusetzen, die durch die Ausdrücke „$(Q_z \pm C_z \pm H_z \pm E_z \pm N_z)$" für ein an der Kurveninnenseite befindliches Rad und „$(Q_z \pm C_z \pm H'_z \pm E'_z \pm N_z)$" für ein Rad der Kurvenaußenseite gegeben sind.

Der Reibungswert „μ_z" zwischen Rad und Schiene kann für jede Achse einen anderen Wert annehmen, da die ihn bestimmende resultierende Gleitgeschwindigkeit mit Vernachlässigung des Einflusses der Spurweite „$2 \cdot s$" nach Gleichung (8) die Größe

$$v_z^g = v \cdot \frac{\sqrt{(x - d_z)^2 + y_v^2}}{R} \quad \text{m/sek} \quad \text{hat.}$$

Jeder Achsgruppe ist nun beim Krümmungslauf eine bestimmte Längsgleitgeschwindigkeit eigentümlich, da ihr, wie schon erwähnt, auch ein besonderer ideeller Reibungsmittelpunkt zukommt. Sie hat die Größe (Gleichung 8 b)

$$v_v^l = v \cdot \frac{y_v}{R} \text{ m/sek}$$

und tritt zur Fahrgeschwindigkeit der Lokomotive hinzu, wodurch sich die Umfangsgeschwindigkeit der Treibachsen einer Gruppe auf den Betrag

$$v + v_v^l = v \cdot (1 + \frac{y_v}{R}) \text{ m/sek erhöht.}$$

Der in der Einleitung zu Teil III gemachten Voraussetzung gemäß, sind die Treibmotoren parallel geschaltet. Darum ist durch die Umfangsgeschwindigkeit einer Treibachsgruppe das Verhältnis der Motorzugkräfte aller Gruppen zueinander für irgend eine Spannungsstufe entsprechend dem Gesetz der Motorkennlinie gegeben:

(26) $$Z_v^{mot} = f\,(v + v_v^l) \qquad \text{t/Motor.}$$

Die Grenzzugkraft einer Treibachsgruppe für eine bestimmte Umfangsgeschwindigkeit ist, ähnlich wie bei der Lokomotive mit einzeln angetriebenen Achsen, durch die allgemeine Funktionsgleichung

(27) $$Z_v = \psi\,(v + v_v^l) = \psi\,(v + v \cdot \frac{y_v}{R}) \text{ t/Treibachsgruppe}$$

gegeben. Ermittelt man nach Gleichung (27) für die Treibachsgruppen einer bestimmten Lokomotive und für einen gewählten Betriebsfall bei verschiedenen Umfangsgeschwindigkeiten „$(v + v_v^l)$" die Grenzzugkräfte „Z_v", und trägt man die erhaltenen Werte zusammen mit den Motorkennlinien nach Gleichung (26) in ein gemeinschaftliches Koordinatensystem ein, so geben die Schnittpunkte der Motorkennlinie für eine beliebige Schaltstufe mit den Grenzzugkraftlinien nach Gleichung (27) die jeweils auf dieser Schaltstufe auftretenden Zugkräfte der einzelnen Treibachsgruppen der Lokomotive an.

Bei der Lokomotive mit mehreren Treibachsgruppen gibt also Gleichung (25 a) die Grenzzugkraft der ganzen Lokomo-

tive an, wogegen durch die Gleichungen (26) und (27) die gegenseitige Abhängigkeit der Teilzugkräfte ihrer einzelnen Treibachsgruppen bedingt ist.

---

c) Untersuchung der Lokomotive mit nur einer Gruppe von miteinander gekuppelten Treibachsen.

Sämtliche „n" unter sich mechanisch, zwangläufig gekuppelten Treibachsen einer Lokomotive sollen von nur einem Motor oder einem Doppelmotor angetrieben werden. Sie können daher stets nur gleiche Umfangsgeschwindigkeiten und damit auch gleiche Längsgleitgeschwindigkeiten haben. Wenn man von den in den Abschnitten 2 und 6 des Teiles II behandelten störenden Bewegungen der Lokomotive absieht, und voraussetzt, daß bei der Fahrt in der Geraden keine die reine Rollbewegung der Räder auf den Schienen störenden Gleitbewegungen durch Führungsstöße und Aehnliches auftreten sollen, so ist die Längsgleitgeschwindigkeit an allen Achsen gleich Null. Der Reibungswert zwischen Rad und Schiene ist dann bei allen Treibachsen gleich groß und gleich dem Haftreibungswert „μ_0". Es ergibt sich somit in diesem Falle als höchste Reibungszugkraft

$$(28)\quad Z_{max} = \sum_{z=1}^{z=n} Z_z + \sum_{z=1}^{z=n} Z'_z = \mu_0 \cdot \sum_{z=1}^{z=n} (2 \cdot Q_z \pm 2 \cdot C_z \pm {}_zH \pm H'_z \pm E_z \pm E'_z \pm 2 \cdot N_z)\ t.$$

Durch die Kupplung aller Treibachsen wird demnach bei der Fahrt in der Geraden erreicht, daß die in jedem Augenblick tatsächlich vorhandenen Treibachsdrücke zur Erzielung von Reibungszugkraft voll ausgenutzt werden können.

Bei der Fahrt durch eine Bahnkrümmung rufen die hier auftretenden Führungsdrücke Gleitbewegungen zwischen den Rädern und Schienen hervor. Da aber alle Treibachsen gekuppelt sind und also ihre Längsgleitgeschwindigkeiten bezogen auf die Achsmitte stets gleich groß sein müssen, so besitzt eine Lokomotive mit nur einer Gruppe gekuppelter

Achsen auch nur e i n e n ideellen Reibungsmittelpunkt, dessen Abstand von der Fahrzeuglängsachse „y" m sei.

Die Grenzzugkraft der Lokomotive berechnet sich bei der Fahrt durch eine B a h n k r ü m m u n g nach der früher ermittelten Gleichung (11) zu

$$(29)\quad \underset{\max}{Z} = \sum_{z=1}^{z=n} Z_z + \sum_{z=1}^{z=n} Z'_z = \sum_{z=1}^{z=n} K_z + \sum_{z=1}^{z=n} K'_z + \sum_{z=1}^{z=n} \mu_z \cdot Y_z \quad t.$$

Zur Berechnung der Grenzzugkraft sind außerdem noch die weiteren Bedingungsgleichungen (9) und (10) für das Gleichgewicht der Kräfte und Momente am Lokomotivrahmen beim Krümmungslauf anzuwenden. Bei der Ermittelung der in diesen Gleichungen auftretenden Komponenten „K_z, K'_z G_z und G'_z" aus den Gleichungen (6 a), (6 b), (7 a) und (7 b) sind aber dort anstelle der ruhenden Raddrücke „Q_z" die Raddrücke der ziehenden Lokomotive einzusetzen, die durch die Ausdrücke „$(Q_z \pm C_z \pm H_z \pm E_z \pm N_z)$" für ein an der Kurveninnenseite befindliches Rad und „$(Q_z \pm C_z \pm H'_z \pm E'_z \pm N_z)$" für ein Rad der Kurvenaußenseite gegeben sind.

Bei der Lokomotive mit gekuppelten Treibachsen ist nun zwar die Längsgleitgeschwindigkeit an allen Treibachsen gleich groß, sofern der Einfluß der Spurweite „$2 \cdot s$" vernachlässigt wird. Sie ist (Gleichung 8 b)

$$v^l = v \cdot \frac{y}{R} \quad \text{m/sek},$$

während die r e s u l t i e r e n d e Gleitgeschwindigkeit „v^g_z an jeder Achse einen anderen Wert hat, der sich für die Achse „z" nach Gleichung (8) zu

$$v^n_z = v \cdot \frac{\sqrt{(x - d_z)^2 + y^2}}{R} \quad \text{m/sek} \qquad \text{berechnet.}$$

Da der Reibungswert „μ_z" von der resultierenden Gleitgeschwindigkeit abhängt, so hat er auch für jede Achse eine andere Größe. Wie sich jedoch an den später durchzurechnenden Beispielen zeigen wird, ist der hier tatsächlich auftretende Unterschied zwischen den Gleitgeschwindigkeiten der einzelnen Achsen sehr gering.

Die vom Treibmotor auf den Umfang der gekuppelten Treibräder übertragene Umfangskraft ist entsprechend dem Gesetz der Motorkennlinie Gleichung (21) gegeben durch:

(29) $$Z^{mot} = f(v + v^1) \qquad t/\text{Motor}.$$

Die Grenzzugkraft der Lokomotive ist demgegenüber:

(30) $$Z_{max} = \psi\,(v + v^1) = \psi\,(v + v \cdot \frac{y}{R})\ t/\text{Lokomotive}.$$

Ermittelt man nach Gleichung (30) für eine bestimmte Lokomotive und für einen gewählten Betriebsfall bei verschiedenen Umfangsgeschwindigkeiten „$(v + v^1)$" die Grenzzugkräfte „Z_{max}" und zeichnet man sie zusammen mit den Motorkennlinien nach Gleichung (29) in ein Koordinatensystem ein, so gibt der Schnittpunkt der Motorkennlinie für eine beliebige Schaltstufe mit der Grenzzugkraftlinie nach Gleichung (30) die auf dieser Schaltstufe mögliche Zugkraft an.

Wie bei der Fahrt in der Geraden, so auch in der Bahnkrümmung erlaubt die zwangsläufige Kupplung der Treibachsen einer Lokomotive die einfache Summierung aller zwischen den Treibrädern und Schienen auftretenden Längsreibungswiderstände „K_z", um die Größe der Gesamtzugkraft zu erhalten. Wenn nun der treibende Motor genügend leistungsfähig ist, und wenn auf der Lokomotive überdies eine Feinreglersteuerung zur beliebig feinstufigen Regelung der Motorspannung eingebaut ist, so ist die Form und Steilheit der Motorkennlinien ohne Einfluß auf die Grenzzugkraft der Lokomotive. Dies gilt jedoch nur für Lokomotiven mit Feinsteuerung, da nur sie im Bereich der Leistungsfähigkeit des Motors jedes beliebige Verhältnis von Motorzugkraft und Radumfangsgeschwindigkeit zu erreichen gestattet.

Die Anwendung der im Teil II gefundenen allgemeinen Beziehungen über den Raddruck und Reibungswert einer elektrischen Lokomotive auf die erörterten drei Grundbauarten von Triebwerken ist mit Absicht nur in der Form allgemeiner Hinweise für den Ansatz der notwendigen Gleichungen geschehen, da ihre ausführliche mathematische Darstellung in allgemeiner Form sehr unübersichtlich wäre, und darum besser durch Zahlenbeispiele, wie sie der nun folgende Teil IV bringen wird, zu erläutern ist.

IV. Anwendungsbeispiele.

Zur Erläuterung der Anwendung der bisher aufgestellten Gleichungen für die Berechnung der Reibungszugkraft einer elektrischen Lokomotive bei verschiedenen Antriebsbauarten werden nun einige Zahlenbeispiele von Lokomotivbauarten, deren notwendige Einzelheiten genau festgelegt sind, durchgerechnet. Ihre Ergebnisse lassen sich dann im Hinblick auf die Wirkung der einzelnen Umstände, die den praktischen Reibungswert „μ_p“ einer Lokomotive beeinflussen, auch zahlenmäßig miteinander vergleichen.

Die anzustellenden Rechnungen gestalten sich für ausgeführte moderne Elektrolokomotiven dadurch schwierig, daß ihre Bauart meist eine große Zahl von gegenseitigen Abhängigkeiten der einzelnen Einflüsse bedingt. Die z. B. bei der Betrachtung des Krümmungslaufes ohnedies auch bei einfachen baulichen Verhältnissen einer Lokomotive nur durch Probieren zu lösenden Gleichungen, werden in solchem Falle fast unlösbar. Es ist darum zweckmäßig, erst einmal an Hand einer fahrzeugtechnisch möglichst einfachen Lokomotive die Wirkung der früher angegebenen drei Hauptarten von Antrieben auf den praktischen Reibungswert zu studieren. Hat man sich dadurch mit der Rechnungsweise selbst vertraut gemacht, und einige Uebung in der Abschätzung der Einwirkung bestimmter baulicher Verhältnisse auf den praktischen Reibungswert erlangt, so ist der Uebergang zu verwickelteren Lokomotivbauformen leichter möglich.

Diesem eben erwähnten Grundsatz entsprechend soll zunächst ein Fahrzeug der Untersuchung unterworfen werden, das in einem starren Rahmen vier Treibachsen enthält. Die beiden äußeren Treibachsen sind im Rahmen fest gelagert, während die beiden mittleren soviel Seitenverschieblichkeit erhalten sollen, als zur zwanglosen Durchfahrung von Bahnkrümmungen mit einem Halbmesser bis zu „$R = 180$ m“ herab notwendig ist.

Bauart "D_o"

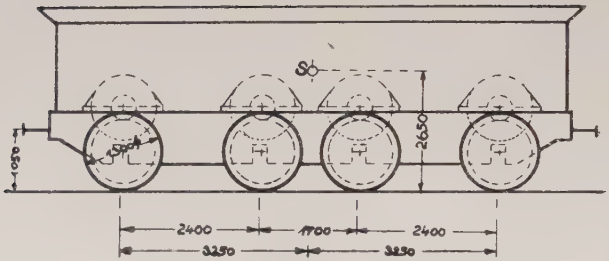

Bild 27

Bauart "BB"

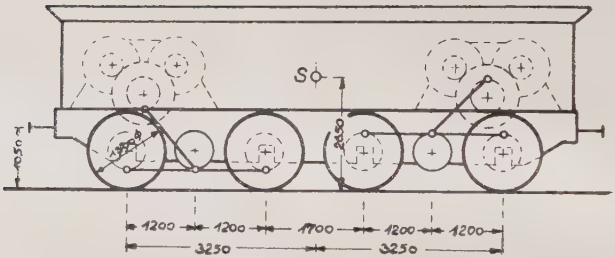

Bild 28

Bauart "D"

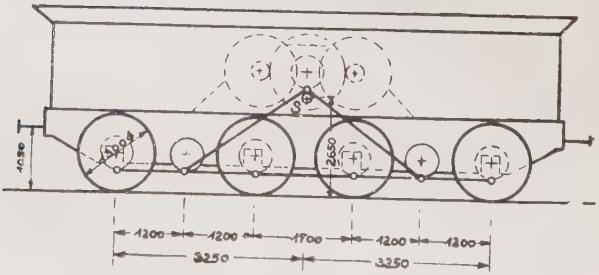

Bild 29

Die Bilder 27, 28 und 29 zeigen das Fahrzeug schematisch mit drei verschiedenen Antriebsarten in Ansicht dargestellt und zwar:

Bild 27 mit Einzelachsantrieb Bauart „Do“ und 4 Vorgelegemotoren mit Hohlwelle oder außenliegendem Zahnrad nach Buchli,

Bild 28 mit Gruppenantrieb von je zwei gekuppelten Achsen, Bauart „B B“ und 2 Vorgelege-Doppelmotoren mit je einer Blindwelle,

Bild 29 mit Gruppenantrieb aller Achsen gemeinsam durch einen Vorgelege-Doppelmotor mit 2 Blindwellen, Bauart „D“.

Allen drei Bauarten gemeinsam soll der Fahrzeugteil der Lokomotiven sein, dessen wichtigste Daten sind:

Spurweite	1435	mm,
Reibungsgewicht	$G = 60$	t,
Raddruck, ruhend	$Q_z = 7{,}5$	t,
Abstand des Schwerpunktes „S“ von der Schienenoberkante	$\eta = 2{,}65$	m.

Ob es praktisch möglich sein wird, den elektrischen Teil aller drei Antriebsarten mit demselben Gewicht und derselben Gewichtsverteilung auszuführen, soll hier nicht näher untersucht werden. Der Schwerpunktabstand „η“ ist zwar bei verschiedenen Triebwerksbauarten nicht immer derselbe, wird aber hier zur Vereinfachung der Rechnung bei allen drei Bauarten als gleich groß angenommen. Bezüglich der Charakteristiken der Treibmotoren der drei gewählten Bauarten folgen nähere Angaben bei der Durchrechnung der einzelnen Beispiele selbst.

Jede der vorliegenden drei Lokomotivbauarten soll nun unter den folgenden Betriebsbedingungen hinsichtlich des erreichbaren praktischen Reibungswertes auf einer Steigung mit „$s_n = 25\,^0/_{00}$“ untersucht werden:

1. Fall. $R = \infty$, $s_n = 25\,^0/_{00}$;
2. Fall. $R = 700$ m, $s_n = 25\,^0/_{00}$, $V = 5$ km/h;
3. Fall. $R = 700$ m, $s_n = 25\,^0/_{00}$, $V = 50$ km/h;
4. Fall. $R = 700$ m, $s_n = 25\,^0/_{00}$, $V = 70$ km/h;
5. Fall. $R = 200$ m, $s_n = 25\,^0/_{00}$, $V = 5$ km/h;
6. Fall. $R = 200$ m, $s_n = 25\,^0/_{00}$, $V = 50$ km/h.

Es sind demnach bei gleicher Fahrzeugbauart insgesamt drei Antriebsarten unter je sechs Betriebsfällen zu unter-

suchen. Der Gang der Berechnungen wird darum zweckmäßig folgender sein:

a) Ermittelung der Raddruckänderungen „C“ des allen drei Antriebsarten gemeinsamen Fahrzeugs aus dem Bäumungsmoment,
b) Ermittelung der Raddruckänderungen „N“ des Fahrzeugs auf der angenommenen Steigung von „$s_n = 25^0/_{00}$“,
c) Erörterung über mögliche Raddruckänderungen „E“ des Fahrzeugs durch senkrechte Triebwerkskräfte „T bzw. H“ bei den gewählten Antriebsarten,
d) Ermittelung der Einstellung des leerlaufenden Fahrzeugs in verschiedenen Bahnkrümmungen (Werte für „x und P“),
e) Ermittelung der Ausnutzung der Schienenreibung bei einer Lokomotive der Bauart „D_0“ (Werte für „Z_{max} und μ_p),
f) Ermittelung wie unter e) bei einer Lokomotive der Bauart „B B“,
g) Ermittelung wie unter e) bei einer Lokomotive der Bauart „D“.

---

a) Ermittelung der Raddruckänderungen aus dem Bäumungsmoment der Lokomotive.

Der Fahrzeugteil der Lokomotive ist für alle drei Antriebsbauarten derselbe; das Bäumungsmoment ist in den vorliegenden Fällen von der Art des Antriebs unabhängig. Die folgenden Rechnungen gelten somit für alle drei Antriebsbauarten gleichmäßig.

Der Fahrzeugteil der Lokomotive ist in Bild 30 mit den an ihm angreifenden Kräften „C_z“ schematisch dargestellt. Die eingetragenen Vorzeichen sind so gewählt, daß einem „+“ eine Raddruckerhöhung und einem „—“ eine Raddruckverminderung entspricht.

Nach der im Abschnitt 3 des Teiles II entwickelten Bedingungsgleichung (12) muß die Summe der Raddruckänderungen „$\pm C_z$“ gleich Null sein, also gilt:

$$(12a) \qquad -C_1 - C_2 + C_3 + C_4 = 0.$$

Ferner müssen sich die Momente aller am Lokomotivrahmen

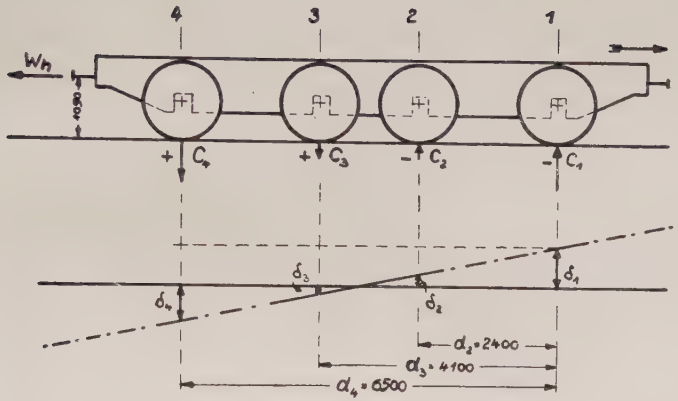

Bild 30

angreifenden äußeren Kräfte um einen beliebigen Punkt aufheben. Wählt man z. B. als Drehpunkt den Berührungspunkt des Rades „1" mit der Schiene, so ergibt sich unter Beachtung von Gleichung (13):

(13a) $W_h \cdot 1{,}05 - 2 \cdot (-C_2 \cdot 2{,}4 + C_3 \cdot 4{,}1 + C_4 \cdot 6{,}5) = 0.$

Zur Gewinnung weiterer Bestimmungsgleichungen wird nun angenommen, daß die Tragfedern sämtlicher Räder von gleichem Weichheitsgrad seien, und daß an dem Fahrzeug keine Vorrichtungen zum Ausgleich der Radbelastungen längs des Rahmens angebracht seien. Man kann darum nach Gleichung (14a) noch folgende weiteren Gleichungen aus der Schräglage des Rahmens und aus den entsprechenden Aenderungen in der Durchbiegung der Tragfedern ableiten:

(14b) $$\frac{-C_1 + C_4}{-C_1 + C_3} = \frac{6{,}5}{4{,}1} \qquad \text{und}$$

(14c) $$\frac{-C_1 + C_3}{-C_1 + C_2} = \frac{4{,}1}{2{,}4} \ .$$

Die Auswertung der so erhaltenen vier Gleichungen ergibt für den Zughakenwiderstand „W_h" folgende Raddruckänderungen infolge des Bäumungsmoments:

$$C_1 = -0{,}0756 \cdot W_h \text{ t/Rad},$$
$$C_2 = -0{,}0198 \cdot W_h \text{ t/Rad},$$
$$C_3 = +0{,}0198 \cdot W_h \text{ t/Rad},$$
$$C_4 = +0{,}0756 \cdot W_h \text{ t/Rad}.$$

Bei der Berechnung der Raddrücke „Q $\pm C_z$“ selbst müssen obige Vorzeichen beachtet werden.

---

b) Ermittelung der Raddruckänderungen auf der angenommenen Steigung „$s_n = 25‰$“.

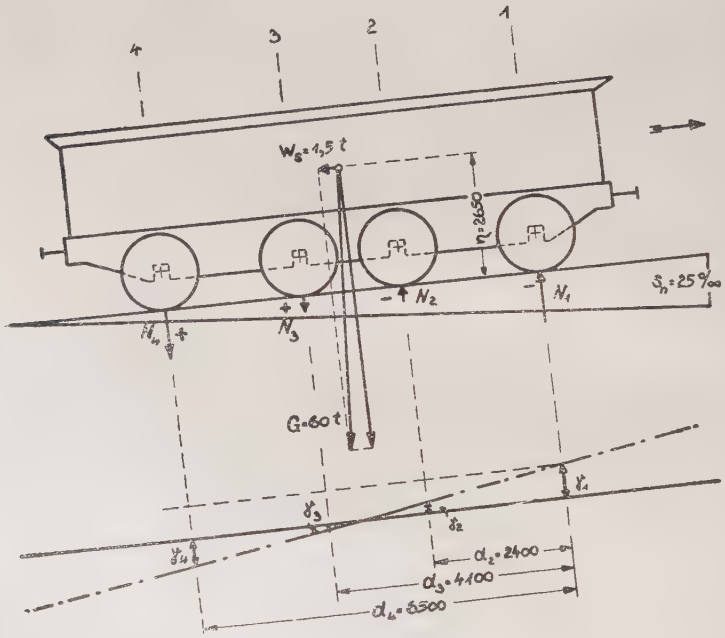

Bild 31

Sämtliche zur Berechnung der Raddruckänderungen nötigen Zahlenwerte sind aus Bild 31 zu entnehmen. Die Vorzeichen der angenommenen Raddruckänderungen „N_z“ bedeuten „+ = Raddruckvergrößerung“ und „— = Raddruckverringerung“. Die im Abschnitt 5 des Teiles II ermittelten

Gleichungen (18) und (19) sind sinngemäß anzuwenden und ergeben:

(18a) $$-N_1 - N_2 + N_3 + N_4 = 0 \qquad \text{und}$$

(19a) $W_s \cdot 2{,}65 - 2 \cdot (-N_2 \cdot 24 + N_3 \cdot 4{,}1 + N_4 \cdot 6{,}5) = 0,$

worin der Steigungswiderstand „$W_s = 60 \cdot {}^{25}/_{1000} = 1{,}5$ t“ ist.

Aus der Schräglage des Rahmen unter dem Einfluß des Steigungswiderstandes hat man noch entsprechend Gleichung (20) zwei weitere Bestimmungsgleichungen zu bilden. Hierbei wird vorausgesetzt, daß die Tragfedern sämtlicher Räder von gleichem Weichheitsgrad seien, und daß Belastungsausgleichsvorrichtungen nicht vorhanden seien. Es ergibt sich dann:

(20 a) $$\frac{-N_1 + N_4}{-N_1 + N_3} = \frac{6{,}5}{4{,}1} \qquad \text{und}$$

(20 b) $$\frac{-N_1 + N_3}{-N_1 + N_2} = \frac{4{,}1}{2{,}4}$$

Die Auswertung dieser vier Gleichungen ergibt für den oben errechneten Steigungswiderstand „$W_s = 1{,}5$ t“ folgende Raddruckänderungen:

$N_1 = -0{,}286$ t/Rad,
$N_2 = -0{,}075$ t/Rad,
$N_3 = +0{,}075$ t/Rad,
$N_4 = +0{,}286$ t/Rad.

Bei der Berechnung der Raddrücke „$Q_z + N_z$“ selbst müssen obige Vorzeichen beachtet werden.

---

c) Erörterung über mögliche Raddruckänderungen durch senkrechte Triebwerksdrücke bei den gewählten Antrieben.

Aus der großen Zahl der heute bekannten und erprobten Triebwerksbauarten für elektrische Lokomotiven werden für die vorliegenden Rechnungsbeispiele nur drei der bekann-

testen ausgewählt. Eine kurze Erläuterung dieser Antriebe werde der eigentlichen Erörterung vorangestellt.

Die Lokomotive Bauart „D_0“ (Bild 27) soll mit Einzelachsantrieben nach J. Buchli oder auch mit Federantrieb und Hohlwelle nach Westinghouse u. A. ausgerüstet sein. Bei dem Antrieb nach Buchli ruht der Treibmotor mitsamt dem Vorgelege fest im Rahmen der Lokomotive. Das Vorgelegezahnrad ist durch eine allseitig bewegliche Kupplung mit dem Treibrad der Lokomotive verbunden. Von den verhältnismäßig geringen Kräften abgesehen, die infolge des Federspiels zwischen der Vorgelegewelle und der Treibachse auftreten können, ist dieser Antrieb frei von senkrechten Triebwerksdrücken zwischen den Rädern und dem Rahmen der Lokomotive. Aehnlich verhalten sich auch die sämtlichen auf den Grundgedanken von Westinghouse zurückgehenden Federantriebe mit Hohlwelle. Dazu steht im Gegensatz der Antrieb mittels Achsvorgelegemotor ohne Hohlwelle, die sogenannte Tatzenlageraufhängung des Motors. Da bei dieser Bauart das Vorgelegezahnrad auf der Treibachse selbst befestigt ist, müssen dem Zahndruck entsprechende Gegenkräfte zwischen ihr und dem Rahmen der Lokomotive auftreten.

Bei der Lokomotivbauart „BB“ (Bild 28) sind zwei Doppelmotoren angenommen, die mittels Schrägstangen auf zwei Blindwellen arbeiten. Die Blindwellen sind in Höhe der Treibachsenmittelpunkte je zwischen der ersten und zweiten, bezw. der dritten und vierten Achse im Rahmen gelagert und durch wagrechte Kuppelstangen mit den benachbarten Treibachsen verbunden. Es können also vom Rahmen auf die Achsen nur wagrecht gerichtete Kräfte übertragen werden, wenn man von der geringen Schräglage der Kuppelstangen absieht, die sich durch von anderen Einflüssen hervorgerufene Aenderungen der Radbelastung ergeben kann. Somit treten auch bei dieser Lokomotivbauart Aenderungen der Raddrücke durch Triebwerkskräfte nicht ein.

Oft wird auch der Schrägstangenantrieb ohne Blindwelle ausgeführt und die Motorvorgelegewelle dennoch fest im Rahmen gelagert. Die Schrägstange darf aber dann nur eine sehr geringe Neigung erhalten, da bei diesem Antrieb auch senkrechte Komponenten der Stangenkräfte auf die Treib-

achse und den Rahmen wirken, und da deren Höhe von der Stangenneigung abhängt.

Die Lokomotive Bauart „D“ (Bild 29) ist mit einem Doppelmotor ausgerüstet, der auf jeder Seite des Triebwerks mittels zweier zueinander etwa unter 90° stehender Treibstangen auf zwei im Rahmen gelagerte Blindwellen arbeitet. Auch die beiden mittleren Treibachsen sind durch wagrechte Kuppelstangen miteinander verbunden. Senkrechte Triebwerkskräfte zwischen den Treibachsen und dem Rahmen können auch bei diesem Antrieb, von der geringfügigen Einwirkung des Federspiels abgesehen, nicht auftreten.

Mit Absicht wurden den Rechnungsbeispielen nur solche Triebwerksbauarten zugrundegelegt, bei denen der Einfluß senkrechter Triebwerkskräfte zwischen den Treibrädern und dem Rahmen ausgeschaltet ist, da an Hand ihrer Ergebnisse später das Verhalten des Einzelachsantriebes, des Mehrgruppenantriebes und des Eingruppenantriebes an demselben Fahrzeug und unter sonst gleichen Bedingungen gezeigt werden soll. Wählt man für einen solchen Vergleich einen Antrieb mit senkrechten Kräften zwischen den Treibachsen und dem Rahmen, so wirkt dies bei der Verschiedenartigkeit der Triebwerkskräfte — bei Einzelachsantrieb „gleichbleibende Kraft“, bei Stangenantrieb „sinusförmiger Kraftverlauf“ — verschleiernd auf das Ergebnis ein.

Nach dem vorher Gesagten kommen demnach in den weiteren Rechnungen die Kräfte „E_z, T_q und H_z“ in Wegfall.

---

d) Ermittelung der Einstellung des leerlaufenden Fahrzeuges in verschiedenen Krümmungen.

Nach den Ermittlungen in den Abschnitten a) bis c) des Teiles IV ist nun bei allen drei Lokomotivbauarten und ziehenden Lokomotiven mit folgenden Raddrücken zu rechnen, wobei stets eine Steigung „$s_n = 25‰$“ vorausgesetzt wird und infolge des Fehlens von Triebwerksdrücken „T_q und H_z“ stets gleicher Raddruck an beiden Rädern einer Treibachse anzunehmen ist:

An Achse 1: $(Q_1—C_1—N_1) = 7{,}5 \quad - 0{,}0756 \cdot W_h - 0{,}286$
$= 7{,}214 - 0{,}0756 \cdot W_h$ t/Rad,
An Achse 2: $(Q_2—C_2—N_2) = 7{,}5 \quad - 0{,}0198 \cdot W_h - 0{,}075$
$= 7{,}425 - 0{,}0198 \cdot W_h$ t/Rad,
An Achse 3: $(Q_3+C_3+N_3) = 7{,}5 \quad + 0{,}0198 \cdot W_h + 0{,}075$
$= 7{,}575 + 0{,}0198 \cdot W_h$ t/Rad,
An Achse 4: $(Q_4+C_4+N_4) = 7{,}5 \quad + 0{,}0756 \cdot W_h + 0{,}286$
$= 7{,}786 + 0{,}0756 \cdot W_h$ t/Rad.

Dabei ist der Steigungswiderstand „$W_s = 1{,}5$ t“, sodaß die gesamte von der Lokomotive im Beharrungszustand am Treibradumfang aufzubringende Zugskraft „$Z = W_h + 1{,}5$ t“ erreichen muß. Für die leerlaufende Lokomotive ist also, wenn „$W_h = 0$“ ist, nur mit folgenden Raddrücken zu rechnen:

An Achse 1: $Q_1 - N_1 = 7{,}214$ t/Rad,
An Achse 2: $Q_2 - N_2 = 7{,}425$ t/Rad,
An Achse 3: $Q_3 + N_3 = 7{,}575$ t/Rad,
An Achse 4: $Q_4 + N_4 = 7{,}786$ t/Rad.

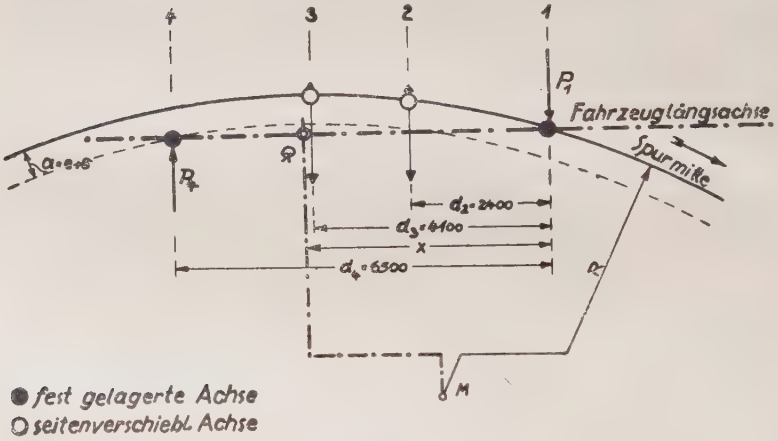

Bild 32

Da die Lokomotive den sehr langen festen Radstand von 6,5 m hat, so ist zu erwarten, daß sie in einem Gleis, das z. B. den neuen Oberbauvorschriften der Deutschen Reichsbahn-Gesellschaft vom 1. Januar 1928 entspricht, sich nicht mehr frei einstellen kann, sondern mit der ersten

Achse am Außenstrang und mit der letzten Achse am Innenstrang des Gleises anlaufen wird. Die beiden mittleren Achsen sind seitenverschieblich, sie führen sich also selbst, ohne eine Querkraft auf den Rahmen der Lokomotive auszuüben. Für die Berechnung der Richtkräfte an den anlaufenden Rädern sind dann, wenn man die oben angenommene zwangsweise Einstellung des Fahrzeugs der Betrachtung zunächst zugrunde legt, die Gleichgewichtsbedingungen entsprechend den früher ermittelten allgemeinen Gleichungen (2), (3) und (4) anzuwenden und lauten im vorliegenden Falle unter Beachtung von Bild 32:

$$(2\,a)\quad P_1 \cdot x - P_4 \cdot (x - 6{,}5) - (K_1 - K'_1 + K_2 - K'_2 + K_3 - K'_3 + K_4 - K'_4) \cdot s - (G_1 + G'_1) \cdot x - (G_4 + G'_4) \cdot (x - 6{,}5) = 0,$$

$$(3\,a)\quad P_1 - P_4 - G_1 - G'_1 - G_4 - G_4' = 0 \quad \text{und}$$

$$(4\,a)\quad K_1 + K'_1 + K_2 + K'_2 + K_3 + K'_3 + K_4 + K'_4 = 0.$$

Da eine eindeutige Einstellung der Lokomotive in der Krümmung angenommen wird, hat man zur Bestimmung von „x" folgende rein geometrische Bedingungsgleichung, die sich aus den beiden rechtwinkligen Dreiecken „M Ω 1 und M Ω 4" ergibt (Bild 32):

$$(31)\quad \overline{M\Omega}^2 = R^2 - x^2 = (R - a)^2 - (x - 6{,}5)^2.$$

Hierin ist „a" in m der Unterschied zwischen der Schienenspur und der Radsatzspur, d. h. das Spurkranzspiel „e" in der Geraden plus der Spurerweiterung „σ" in der Krümmung. Beide Spiele sind für neue Schienen und Radreifen durch die Bau- und Betriebsordnung bezw. die Oberbauvorschriften der Deutschen Reichsbahn-Gesellschaft festgelegt und betragen bei einem Krümmungshalbmesser von

$R =$	700	200	m
$a =$	$0{,}01 + 0{,}00 = 0{,}01$	$0{,}01 + 0{,}01 = 0{,}02$	m

Der den beiden Krümmungshalbmessern entsprechende Abstand des reellen Reibungsmittelpunkts von der ersten Achse berechnet sich damit aus Gleichung (31) zu

$x =$	4,33	3,87	m.

Die Reibungswerte „μ_z“ zwischen den einzelnen Rädern und den Schienen sind von der resultierenden Gleitgeschwindigkeit „v_z^g“ an den Berührungspunkten abhängig. Diese ist beim leerlaufenden Fahrzeug an den beiden Rädern einer Achse gleich groß. Zu ihrer Berechnung ist Gleichung (8) anzuwenden, worin bei der leerlaufenden Lokomotive „$y_z = 0$“ angenommen werden kann. Man hat aus ihr für sämtliche Betriebsfälle die Gleitgeschwindigkeiten an jeder Achse zu berechnen und die zugeordneten Reibungswerte aus Bild 12 zu entnehmen. Mit ihrer Hilfe können die Komponenten „K_z, K'_z, G_z und G'_z“ der Reibungskräfte „$\mu_z Q_z$“ errechnet werden. Deren Einführung in die Gleichungen (2 a), (3 a) und (4 a) ergibt endlich die unbekannten Richtkräfte „P_1 und P_4“.

Vorweg sei bemerkt, daß für die Betriebsfälle 2 und 5 die niedrige Fahrgeschwindigkeit von nur 5 km/h gewählt wurde, um den Krümmungslauf der einzelnen Bauarten bei einer Geschwindigkeit von nahezu 0 km/h studieren zu können. Bei dieser geringen Fahrgeschwindigkeit ergibt sich, wenigstens in der Krümmung mit „$R = 700$ m“ eine so geringe Gleitgeschwindigkeit an den einzelnen Achsen, daß der Reibungswert an allen Achsen praktisch gleich groß und gleich dem Haftreibungswert „μ_0“ angenommen werden kann.

Die Zahlenrechnung selbst für alle Betriebsfälle ist hier nicht wiedergegeben. Sie bietet keine besonderen Schwierigkeiten. Ihre Ergebnisse sind in der folgenden Uebersicht zusammengestellt:

Betriebsfall Nr.		2	3	4	5	6	—
Fahrgeschwindigkeit:	$V =$	5	50	70	5	50	km/h
oder:	$v =$	1,39	13,9	19,45	1,39	13,9	m/sek
Krümmungshalbmesser:	$R =$	700	700	700	200	200	m
Abstand des reellen Reibungsmittelpunktes:	$x =$	4,33	4,33	4,33	3,87	3,87	m
Gleitgeschwindigkeiten:							
an Achse 1:	$v_1^g =$	0,009	0,088	0,122	0,027	0,274	m/sek
an Achse 2:	$v_2^g =$	0,004	0,041	0,058	0,012	0,115	m/sek
an Achse 3:	$v_3^g =$	0,002	0,016	0,022	0,005	0,055	m/sek
an Achse 4:	$v_4^g =$	0,005	0,046	0,064	0,019	0,191	m/sek
Reibungswerte (aus Bild 12):							
an Achse 1:	$\mu_1 =$	0,300	0,296	0,293	0,299	0,279	—
an Achse 2:	$\mu_2 =$	0,300	0,298	0,297	0,300	0,294	—
an Achse 3:	$\mu_3 =$	0,300	0,300	0,299	0,300	0,297	—
an Achse 4:	$\mu_4 =$	0,300	0,298	0,297	0,299	0,287	—
Komponenten der Reibungskräfte:							
	$K_1 = -K'_1 =$	0,369	0,364	0,360	0,410	0,383	t
	$K_2 = -K'_2 =$	0,806	0,800	0,797	1,010	0,990	t
	$K_3 = -K'_3 =$	2,170	2,170	2,160	2,170	2,145	t
	$K_4 = -K'_4 =$	0,762	0,757	0,754	0,638	0,611	t
$\sum_{z=1}^{z=4}$	$(K_z - K'_z) =$	8,214	8,182	8,142	8,456	8,258	t
	$G_1 = G'_1 =$	2,130	2,100	2,078	2,115	1,977	t
	$G_4 = G'_4 =$	—2,205	—2,190	—2,180	—2,235	—2,140	t
Richtkräfte:							
	$P_1 =$	5,210	5,150	5,100	5,200	4,910	t
	$P_4 =$	5,360	5,330	5,300	5,440	5,240	t.

Die Zusammenstellung zeigt deutlich das langsame Abfallen der Richtkräfte mit steigender Fahrgeschwindigkeit

bei großem Krümmungshalbmesser und ihr viel rascheres Sinken bei kleinem Krümmungsmesser. Da in allen untersuchten Betriebsfällen die Richtkräfte „P_1 und P_4" aus der Rechnung mit positiven, d. h. dem Ansatze der Gleichungen (2 a) und (3 a) entsprechend richtigen Vorzeichen hervorgingen, so entspricht die wirkliche Stellung des Fahrzeugs in der Krümmung der eingangs ausgesprochenen Erwartung eindeutiger, geometrischer Einstellung.

---

e) Ermittelung der Ausnutzung der Schienenreibung bei einer Lokomotive der Bauart „Do".

Um die Uebersicht über die durchzuführenden Rechnungen möglichst zu erleichtern, werden zunächst die wichtigsten hierzu erforderlichen Gleichungen aufgestellt.

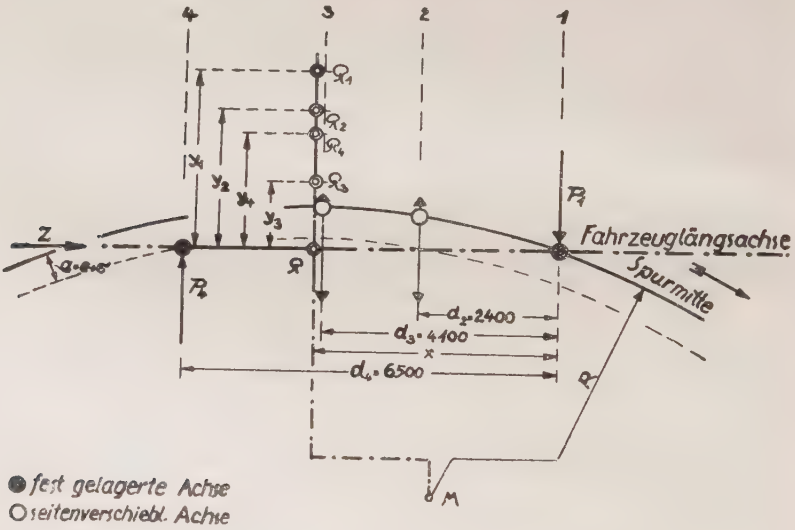

Bild 33

Im Betriebsfall 1, d. h. bei der Fahrt in der Geraden mit „s_n = 25‰" Steigung ist die im Abschnitt a des Teiles III ermittelte Gleichung (22) anzuwenden. Sie lautet:

(22 a) $$Z_{max} = 4 \cdot \mu_0 \cdot 2 \cdot (7{,}214 - 0{,}0756 \cdot W_h) \quad t.$$

Der Steigungswiderstand ist hierbei zu „$W_s = 1{,}5$ t“ gerechnet, sodaß gilt:

$$Z_{max} = W_h + 1{,}5 \quad t.$$

Unter der Annahme, daß guter trockener Schienenzustand vorliege, tritt zwischen den Treibrädern und Schienen der Haftreibungswert „$\mu_0 = 0{,}300$“ auf. Die Ausrechnung der Gleichung (22 a) ergibt damit als höchste Reibungszugkraft in der Geraden mit Steigung „s_n“:

$$Z_{max} = 14{,}87 \quad t.$$

Ist das ganze ruhende Reibungsgewicht der Lokomotive „$G = 60$ t“, so beträgt der praktische Reibungswert in diesem Falle:

$$\mu_p = \frac{14{,}87}{60} = 0{,}248.$$

Soll nun auch beim Krümmungslauf die höchste Reibungszugkraft der Lokomotive ermittelt werden, so müssen die Gleichungen (9), (10) und (11) zu ihrer Berechnung herangezogen werden. Sie lauten im vorliegenden Falle:

(9a) $P_1 \cdot x - P_4 \cdot (x - 6{,}5) - (K_1 - K'_1 + K_2 - K'_2 + K_3 - K'_3 + K_4 - K'_4) \cdot s - (G_1 + G'_1) \cdot x - (G_4 + G'_4) \cdot (x - 6{,}5) + (\mu_1 \cdot Y_1 - \mu_4 \cdot Y_4) \cdot s = 0,$

(10a) $P_1 - P_4 - G_1 - G'_1 - G_4 - G'_4 = 0$ und

(11 a) $(K_1 + K'_1 + \mu_1 \cdot Y_1) + (K_2 + K'_2) + (K_3 + K'_3) + (K_4 + K'_4 + \mu_4 \cdot Y_4) + Z_{max} = 0.$

Ferner ist angenähert

(32 a) $Y_1 = P_1 - G_1$ und (32 b) $Y_4 = P_4 - G_4$.

In Gleichung (11 a) sind die Anteile der einzelnen Treibachsen an der Aufbringung der höchsten Reibungszugkraft „Z_{max}“ in Klammern zusammengefaßt. Bei der Lokomotive Bauart „D_0“ sind alle Treibmotoren parallel geschaltet, daher ist das Verhältnis der Zugkraftanteile der einzelnen Achsen zueinander durch die an ihren Rädern auftretenden Längsgleitgeschwindigkeiten bedingt. Die Kennlinien ihrer Treib-

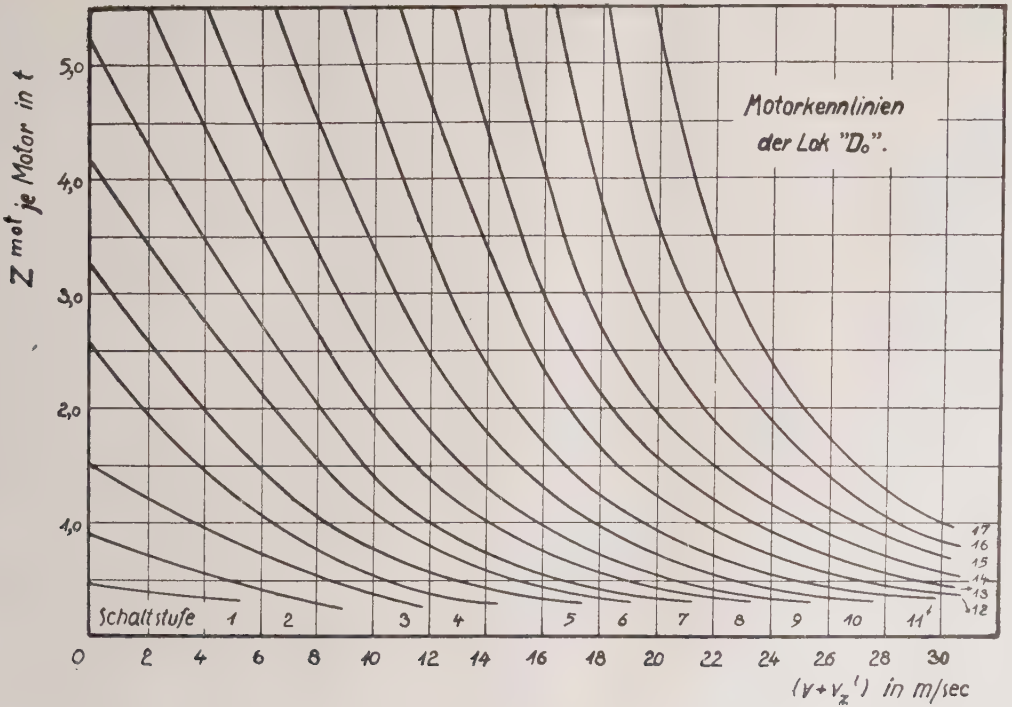
Motorkennlinien
der Lok "Do".
Z mot je Motor in t
5,0
4,0
3,0
2,0
1,0
Schaltstufe 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11'
17
16
15
14
13
12
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30
(v+vz') in m/sec

Bild 34

motoren, die nun an die Stelle der allgemeinen Funktionsgleichung

(21) $$Z_z^{mot} = f\,(v + v_z^l)$$

treten, sind in Bild 34 wiedergegeben. Sie stellen den Verlauf der Zugkraft eines Motors, bezogen auf den Umfang seiner beiden Treibräder, in Abhängigkeit von der Treibradumfangsgeschwindigkeit für insgesamt 17 Spannungsstufen dar. Die aus Bild 34 ersichtlichen Zugkräfte bzw. Umfangsgeschwindigkeiten sind also durch die Bauart und Leistung der Treibmotoren bestimmt, sie stellen gewissermaßen das Angebot an verfügbarer Zugkraft von der elektr. Seite der Lokomotive her dar. Was aber das Fahrzeug mit Rücksicht auf die Schienenreibung von diesem Zugkraftangebot zu verarbeiten vermag, wird erst durch die für jeden Betriebsfall und für jede Treibachse besonders zu berechnenden Grenzzugkraftlinien entsprechend der Gleichung (23)

$$Z_z + Z_z' = \psi\,(v + v\frac{y_z}{R}) \qquad t$$

zum Ausdruck gebracht.

Die an den einzelnen Achsen übertragbaren Teilzugkräfte ergeben sich in vorliegendem Falle zu:

$$Z_1 + Z'_1 = K_1 + K'_1 + \mu_1 \cdot Y_1 = \psi\,(v + v \cdot \frac{y_1}{R}),$$

$$Z_2 + Z'_2 = K_2 + K'_2 \qquad = \psi\,(v + v \cdot \frac{y_2}{R}),$$

$$Z_3 + Z'_3 = K_3 + K'_3 \qquad = \psi\,(v + v \cdot \frac{y_3}{R}),$$

$$Z_4 + Z'_4 = K_4 + K'_4 + \mu_4 \cdot Y_4 = \psi\,(v + v \cdot \frac{y_4}{R}).$$

Die Ermittelung der in vorstehenden Gleichungen vorkommenden Komponenten der Reibungswiderstände „$\mu_z \cdot Q_z$" für verschiedene Fahrgeschwindigkeiten „v" geschieht aus den Gleichungen (6 a), (6 b), (7 a) und (7 b). Ihre zahlenmäßige Ausrechnung ist dadurch erschwert, daß hierbei auch die im Abschnitt a des Teiles IV errechneten Raddruckänderungen aus dem Bäumungsmoment berücksichtigt werden müssen. Diese sind bekanntlich dem Zughakenwiderstand „W_h" verhältnisgleich, der aber selbst zunächst noch unbekannt ist. Um die Rechnung durchführen zu können, wählt man daher unter

Berücksichtigung des für einen bestimmten Betriebsfall bekannten Steigungswiderstandes „W_s“ der Lokomotive zunächst einen Wert für „W_h“, der dem gesuchten möglichst nahe kommt. Ferner nimmt man eine größere Zahl von Werten für „y_z“ an und berechnet für sie die Komponenten der Reibungskräfte „K_z, K'_z, G_z und G'_z“, sowie die an den einzelnen Treibrädern auftretenden Gleitgeschwindigkeiten „v_z^g“.

Die so errechneten Komponenten der Reibungskräfte, in die Gleichungen (9 a) und (10 a) eingeführt, ergeben zusammen mit den Gleichungen (32 a) und (32 b) die Möglichkeit zur Berechnung der Führungsdrücke „Y_1 und Y_4“. Hat man die Zahlenwerte aller dieser Kräfte für bestimmte Annahmen von „y_z“ errechnet, so lassen sich die an jeder Achse übertragbaren Teilzugkräfte „$Z_z + Z'_z$“ bestimmen und über der ihnen zugeordneten mittleren Umfangsgeschwindigkeit „$v + v_z^!$“ in m/sek der betreffenden Achse bezogen auf ihren Treibradumfang in die durch Bild 34 gegebenen Motorkennlinien eintragen (Bild 35).

Die Motorkennlinien „1 bis 7“ schneiden nun, wie aus Bild 35 ersichtlich, die Grenzzugkraftlinien „$Z_z + Z'_z$“ in mehreren Punkten wie z. B. „a, b, c, d, b', c', d'“, an denen jeweils Gleichgewicht zwischen der von einem Motor auf seine Achse übertragbaren Zugkraft „Z_z^{mot}“ und der Grenzzugkraft „$Z_z + Z'_z$“ herrscht. Im praktischen Eisenbahnbetriebe können nun dauernd von der Lokomotive nur so große Reibungszugkräfte ausgeübt werden, daß sie an keiner Treibachse zu einer irgendwie beträchtlichen Gleitgeschwindigkeit führen. Ein merkbares Gleiten der Treibräder würde im Dauerbetrieb schon bald eine unwirtschaftliche Abnutzung der Radreifen und Schienen hervorrufen. Die Grenzzugkraftlinien in Bild 35 steigen nun, ausgehend von der Fahrgeschwindigkeit von 5 km/h des hier betrachteten Betriebsfalles 2, fast senkrecht bis zu ihrem Scheitelpunkt, d. h. bei fast unveränderter Radumfangsgeschwindigkeit, an, um dann mit zunehmender Gleitgeschwindigkeit, aber bei stets gleichbleibender Fahrgeschwindigkeit, erst rasch und hernach langsamer zu fallen. In dem eben erwähnten, fast senkrecht ansteigenden Bereich der Grenzzugkraftlinien bis zu ihren Scheitelpunkten, in dem sich auch alle vier Grenzzugkraftlinien gegenseitig bei-

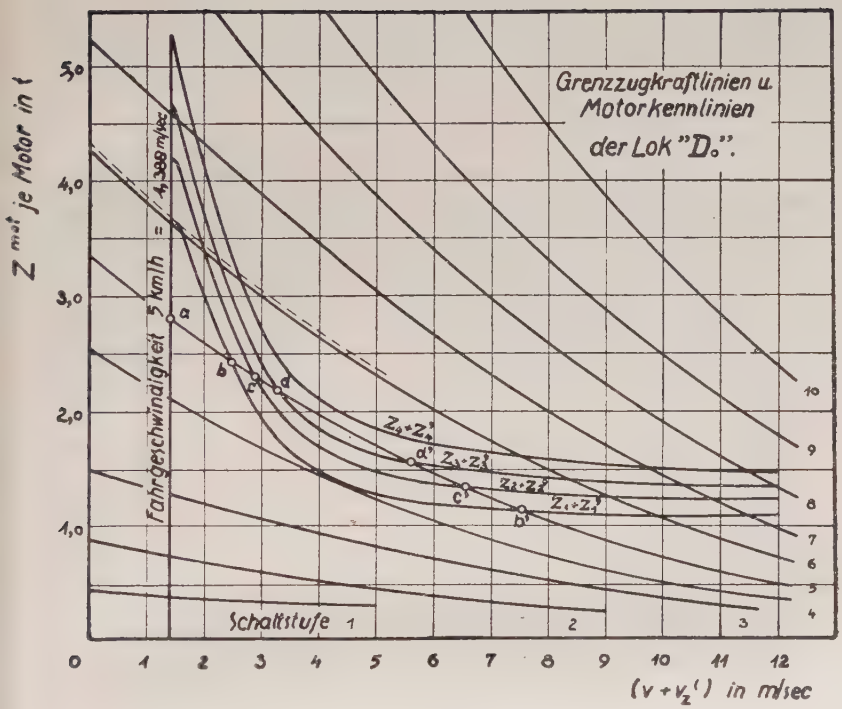

Bild 35

nahe decken, sind die der Fahrgeschwindigkeit überlagerten Gleitgeschwindigkeiten außerordentlich klein, sodaß die Schnittpunkte mit den Motorkennlinien in diesem Bereich, wie z. B. Punkt „a", betriebsmäßig ohne weiteres zulässige Reibungszugkräfte ergeben.

Der Gang der Rechnung selbst wird nun an Hand eines der früher angenommenen Betriebsfälle weiter dargelegt. Auf die Wiedergabe der Ausrechnung aller übrigen Betriebsfälle wird jedoch verzichtet, da sie gegenüber diesem nichts grundsätzlich Neues bringen. Der Rechnung ist die zwangsweise Einstellung des Fahrzeugs in der Krümmung zu Grunde gelegt, wie sie sich auch für den Fall des Leer-

laufs in den angenommenen Krümmungshalbmessern ergeben hat.

Als Rechnungsbeispiel wird der Betriebsfall 2 mit den Daten

$$R = 700 \text{ m}, \; V = 5 \text{ km/h} = 1{,}389 \text{ m/sek}, \; x = 4{,}33 \text{ m}$$

gewählt. Bei der geringen Fahrgeschwindigkeit ist nicht zu erwarten, daß große Gleitgeschwindigkeiten zwischen Treibrädern und Schienen auftreten werden. Daher wird auch die praktisch erreichbare Gesamtzugkraft wenig von der abweichen, die sich bei Fahrt in der Geraden ergab. Unter angemessener Berücksichtigung der durch den Führungsdruck „Y_1“ an der führenden Achse hervorgerufenen zusätzlichen Reibungszugkraft „$\mu_1 \cdot Y_1$“ werde die im vorliegenden Falle erreichbare Grenzzugkraft zu „$Z_{max} = 14{,}80$ t“ geschätzt. Der Zughackenwiderstand ist dann

$$W_h = 14{,}80 - 1{,}50 = 13{,}30 \text{ t}.$$

Die Raddrücke an den einzelnen Achsen berechnen sich nun wie folgt:

an Achse 1: $7{,}21\frac{4}{8} - 0{,}0756 \cdot 13{,}30 = 6{,}209$ t/Rad,
an Achse 2: $7{,}425 - 0{,}0198 \cdot 13{,}30 = 7{,}161$ t/Rad,
an Achse 3: $7{,}575 + 0{,}0198 \cdot 13{,}30 = 7{,}839$ t/Rad,
an Achse 4: $7{,}786 + 0{,}0756 \cdot 13{,}30 = 8{,}791$ t/Rad.

Für eine Reihe von angenommenen Werten des Abstandes „y_z“ des ideellen Reibungsmittelpunktes von der Fahrzeuglängsachse werden nun für jede Treibachse die auftretenden Gleitgeschwindigkeiten, Reibungswerte und Reibungswiderstände berechnet. Die aus der hier nicht wiedergegebenen Zahlenrechnung erhaltenen wichtigsten Werte sind in der Uebersicht Anlage I zusammengestellt. Die aus dieser Uebersicht zu entnehmenden Grenzzugkräfte der einzelnen Achsen werden nun über den in ihrer letzten Querreihe enthaltenen Radumfangsgeschwindigkeiten „$v + v_z^1$“ in schon besprochener Weise in ein Koordinationssystem eingetragen. Die dadurch entstandenen vier Reibungszugkraftlinien „$Z_1 + Z_1'$“ bis „$Z_4 + Z_4'$“ zeigt Bild 35, in das außerdem noch die Motorkennlinien aus Bild 34 in entspre-

chendem Maßstab übertragen sind. Die Schnittpunkte der Motorkennlinien mit den vier Reibungszugkraftkurven geben nun die bei einer bestimmten Schaltstufe an jeder Achse auftretenden Zugkräfte an. In der folgenden Zusammenstellung sind für einige Schaltstufen die aus Bild 35 ermittelten Teilzugkräfte, sowie die entsprechenden Gesamtzugkräfte wiedergegeben.

Schaltstufe		5	6	7	—
an Achse 1:	$Z_1 + Z'_1 =$	2,80	3,61	1,10	t/Achse,
an Achse 2:	$Z_2 + Z'_2 =$	2,80	3,62	1,28	t/Achse,
an Achse 3:	$Z_3 + Z'_3 =$	2,80	3,62	4,62	t/Achse,
an Achse 4:	$Z_4 + Z'_4 =$	2,80	3,62	4,62	t/Achse,
insgesamt	$Z_{max} =$	11,20	14,47	11,62	t/Lokomotive.

Die höchste Grenzzugkraft wird, wie man aus Bild 35 und der vorstehenden Zusammenstellung ersieht, zwischen Schaltstufe 5 und 7 erreicht. Auf den Schaltstufen 5 und 6 tritt noch an keiner Achse eine nennenswerte Gleitgeschwindigkeit auf. Darum kann auf diesen beiden Stufen im Dauerbetrieb unbedenklich gefahren werden. Die Motorkennlinie der Schaltstufe 7 aber trifft die Grenzzugkraftkurven der Achsen 1 und 2 erst bei einer Radumfangsgeschwindigkeit von etwa 11,4 bezw. 10,5 m/sek, sodaß diese Stufe mit Rücksicht auf die Achsen 1 und 2 nicht mehr verwendet werden darf.

Mit Schaltstufe 6 erreicht man nun aber im vorliegenden Betriebsfall 2 nicht ganz die höchste Grenzzugkraft der Lokomotive „D_o", da die Motorkennlinie 6 noch etwas unter dem Scheitel der Grenzzugkraftlinie „$Z_1 + Z'_1 = 3{,}72$ t" liegt. Nimmt man den günstigsten Fall an, der dann vorliegt, wenn es durch eine Feinsteuerung oder durch die zufällige Lage einer Schaltstufe möglich wird, daß eine Motorkennlinie diese Grenzzugkraftlinie gerade in ihrem Scheitelpunkt schneidet oder berührt, so hat man für die Ermittelung der Achszugkräfte die gestrichelte Motorkennlinie (Bild 35) zugrunde zu legen. Ihre Schnittpunkte mit den Grenzzugkraftkurven ergeben nun die unter den günstigsten Umständen zu erreichenden Grenzzugkräfte jeder Achse. Sie sind in diesem Falle:

$$
\begin{aligned}
Z_1 + Z'_1 &= 3{,}72 \text{ t/Achse},\\
Z_2 + Z'_2 &= 3{,}74 \text{ t/Achse},\\
Z_3 + Z'_3 &= 3{,}74 \text{ t/Achse},\\
Z_4 + Z'_4 &= 3{,}74 \text{ t/Achse},\\
\text{zusammen } Z_{max} &= 14{,}94 \text{ t/Lokomotive.}
\end{aligned}
$$

Der zu Anfang der Rechnung angenommene Wert für „Z_{max}“ von 14,80 t war demnach hinreichend genau.

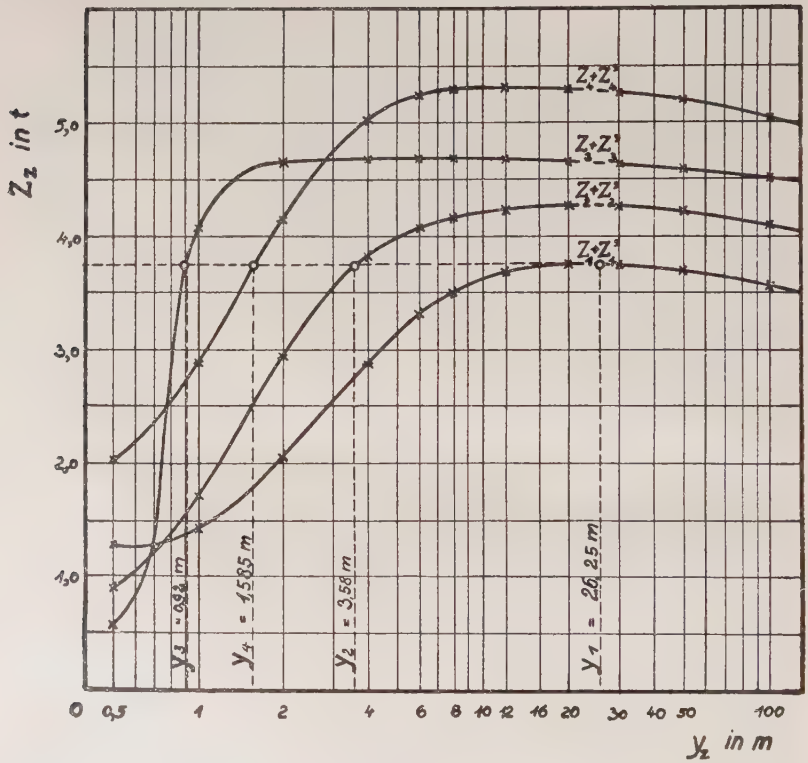

Bild 36

Um aus den so erhaltenen Höchstwerten der Grenzzugkräfte rückwärts den zu jeder Achse gehörenden Abstand ihres ideellen Reibungsmittelpunktes von der Fahr-

zeuglängsachse sowie die Gleitgeschwindigkeiten an ihren Treibrädern angenähert bestimmen zu können, sind die in der beigefügten Uebersicht (Anlage I) enthaltenen Grenzzugkräfte „$Z_z + Z'_z$“ über den zugehörigen Werten von „y_z“ in ein Koordinatensystem (Bild 36) eingetragen und durch stetige Linienzüge verbunden. Für „y_z“ wurde hierbei ein logarithmischer Maßstab gewählt, um die praktisch wichtigen Teile der Kurven möglichst groß zu erhalten und doch ihren ganzen Verlauf zeigen zu können. Aus Bild 36 kann man für die oben ermittelten Grenzzugkräfte entnehmen:

für Achse	1	2	3	4	—
y_z =	26,25	3,58	0,92	1,585	m.

Die Gleitgeschwindigkeiten und Reibungswerte zwischen den einzelnen Treibrädern und Schienen berechnen sich damit entsprechend zu:

v^g_z =	0,054	0,009	0,003	0,006 m/sek,
$v^{g'}_z$ =	0,051	0,007	0,001	0,005 m/sek,
μ_z =	0,297	0,300	0,300	0,300 —
μ'_z =	0,298	0,300	0,300	0,300 —

Mit diesen Werten lassen sich aus den Gleichungen (9a), (10a)und (11a) die Richtkräfte „P_1 und P_4“ errechnen. Es ergibt sich nach Durchführung der Zahlenrechnungen:

$$P_1 = 0{,}87 \text{ t} \quad \text{und} \quad P_4 = 4{,}53 \text{ t}.$$

Mit Hilfe der Gleichungen (32a) und (32b) erhält man auch die auftretenden Führungsdrücke:

$$Y_1 = 0{,}56 \text{ t} \quad \text{und} \quad Y_4 = 2{,}74 \text{ t}.$$

Beide Führungsdrücke gehen aus der Rechnung mit positiven Vorzeichen hervor, ihre Richtung entspricht also den Annahmen der Rechnung. Damit ist erwiesen, daß die Lokomotive in der Krümmung mit „R = 700 m“ bei „V = 5 km/h“ bei Ausübung ihrer höchsten Grenzzugkraft noch zwangsweise geführt ist.

Wäre die führende Achse der Lokomotive eine Laufachse, so würde man des Einflusses des Führungsdruckes „Y_1“ auf die Reibungszugkraft der ersten Achse verlustig gehen. Da diese aber die ohnehin geringst belastete und darum bei Einzelachsantrieb für die Gesamtzugkraft der Lokomotive maßgebende ist, so würde in solchem Falle auch

die Ausnutzbarkeit aller anderen Treibachsen um etwa denselben Betrag gesenkt werden.

Zu Beginn der Rechnung mußte man bekanntlich von einer Annahme über die höchste Reibungszugkraft der Lokomotive „Z_{max}“ ausgehen, um das Bäumungsmoment berücksichtigen und die auftretenden Raddrücke danach feststellen zu können. Das Ergebnis der Rechnung stimmte mit dieser Annahme ziemlich genau überein, sodaß eine Verbesserung der Rechnung nicht notwendig ist. Hat man aber bei der Annahme von „Z_{max}“ z. B. zu hoch gegriffen, so muß die Rechnung am Schluß einen etwas kleineren Wert der Höchstzugkraft ergeben, da die Raddruckänderungen aus dem Bäumungsmoment tatsächlich geringer sind, als angenommen wurde. Umgekehrt erhält man bei zu niedrig eingeschätztem „Z_{max}“ nachher aus der Rechnung eine zu große Höchstzugkraft, da in diesem Falle das Bäumungsmoment in Wirklichkeit etwas größer, als angenommen, wird. In den meisten Fällen aber wird sich eine Nachrechnung erübrigen, da einem Fehler von etwa $\pm$ 10% in der Einschätzung von „Z_{max}“ nur ein solcher von etwa $\mp$ 1,5% am Ergebnis der Rechnung entspricht.

Das Ergebnis der für die Lokomotive „D_0“ durchgeführten Berechnung läßt sich nun folgendermaßen zusammenfassen:

1. Die höchste Reibungszugkraft der Lokomotive beträgt im Betriebsfall 2 ($R = 700$ m, $s_n = 25‰$, $V = 5$ km/h)

$$Z_{max} = 14{,}94 \text{ t.}$$

2. Der praktische Reibungswert ergibt sich hierbei zu

$$\mu_p = \frac{14{,}94}{60} = 0{,}249.$$

3. Besäße die Lokomotive nur die durch die Motorkennlinien 1 bis 17 (Bild 34) gekennzeichneten Schaltstufen ohne Feinsteuerungseinrichtung, so könnte die unter 1) aufgeführte Höchstzugkraft nicht erreicht werden. Es käme dann als höchste Schaltstufe, auf der ein Dauerbetrieb ohne unzulässig hohe Gleitgeschwindigkeiten an irgend einer Treibachse noch möglich ist, nur die Schaltstufe 6 (Bild 35) in Betracht. Sie ergibt folgende Teilzugkräfte der einzelnen Achsen:

$$
\begin{aligned}
Z_1 + Z'_1 &= 3{,}61 \text{ t/Achse},\\
Z_2 + Z'_2 &= 3{,}62 \text{ t/Achse},\\
Z_3 + Z'_3 &= 3{,}62 \text{ t/Achse},\\
Z_4 + Z'_4 &= 3{,}62 \text{ t/Achse},\\
\text{zusammen } Z_{max} &= 14{,}47 \text{ t/Lokomotive}.
\end{aligned}
$$

Der praktische Reibungswert beträgt in diesem Falle nur

$$\mu_p = \frac{14{,}47}{60} = 0{,}241.$$

4. Zufällig liegt nun die Schaltstufe 6 sehr nahe bei der günstigsten (in Bild 35 gestrichelt gezeichneten) Motorkennlinie, weshalb der Unterschied zwischen der höchsten und der auf Stufe 6 erreichbaren Zugkraft nur gering ist. Läge aber z. B. die Schaltstufe 6 auch nur ein wenig über dem Scheitel der Grenzzugkraftkurve „$Z_1 + Z'_1$, so käme als praktisch brauchbare Schaltstufe nur noch die Stufe 5 in Betracht, durch die sich dann nur eine verhältnismäßig geringe Gesamtzugkraft erreichen läßt, die etwa 12,0 t betragen dürfte.

Viele der bisher gebauten elektrischen Lokomotiven besitzen Treibmotoren von so großer Leistung, daß es zumindest zeitweise und bei geringeren Fahrgeschwindigkeiten möglich ist, damit die zulässige Grenzzugkraft zu überschreiten und also die Treibräder zum Schleudern zu bringen. Aufgabe dieser Untersuchung ist es jedoch nicht, die Möglichkeiten der Ueberschreitung der Schleudergrenze bei höheren Fahrgeschwindigkeiten im Hinblick auf die zulässige Beanspruchung der Fahrmotoren zu erörtern, da dies hauptsächlich eine Frage des Gewichtes und Preises der Lokomotive und der Leistungseinheit ihrer Fahrmotoren ist.

Wie schon früher erwähnt, werden die Zahlenrechnungen für die weiteren zu untersuchenden Betriebsfälle der Lokomotive „D_0“ hier nicht ausführlich wiedergegeben, da sie sich in der Form und Art von der eben besprochenen nicht unterscheiden. Die Ergebnisse der Berechnungen aller 6 Betriebsfälle sind aber in der angeschlossenen Uebersicht (Anlage II) zusammengestellt. Die daselbst nachgewiesenen Grenzzugkräfte sind sämtliche unter der Voraussetzung errechnet worden, daß durch eine Feinsteuerung den Treibmotoren der Lokomotive jede gewünschte Spannung aufgedrückt werden kann.

Vergleicht man die Ergebnisse der Lokomotive „D_0“ aus den einzelnen Betriebsfällen miteinander, so springt besonders in die Augen, daß die Lokomotive bei kleiner Fahrgeschwindigkeit in der Krümmung praktisch dieselbe Höchstzugkraft auszuüben vermag wie in der Geraden. Die Ursache für dieses Verhalten ist in dem Auftreten des Führungsdruckes „Y_1“ an der ersten Treibachse beim Krümmungslauf zu suchen. Bei höherer Fahrgeschwindigkeit fallen die Reibungswerte zwischen den Treibachsen und Schienen aber in Krümmungen verhältnismäßig rasch infolge der mit der Fahrgeschwindigkeit zunehmenden Gleitgeschwindigkeiten, was trotz des Führungsdruckes „Y_1“ ein Absinken der Grenzzugkraft bewirkt. In Bezug auf den Halbmesser der durchfahrenen Bahnkrümmung zeigt die Uebersicht Anlage II, daß die Ausnutzung der Schienenreibung durch die Lokomotive „D_0“ umso ungünstiger wird, je kleiner der Krümmungshalbmesser ist.

---

f) Ermittelung der Ausnutzung der Schienenreibung bei einer Lokomotive der Bauart „BB“.

Im Betriebsfall 1, d. h. bei der Fahrt in der Geraden mit „$s_n = 25‰$“ Steigung ist die im Abschnitt b) des Teiles III ermittelte Gleichung (24) anzuwenden. Sie lautet für die Lokomotive „BB“ mit „$n = 4$“ Treibachsen und „$r = 2$“ Treibachsgruppen:

$$(24a)\quad Z_{max} = \frac{4}{2} \cdot \mu_0 \cdot 2 \cdot (7{,}214 - 0{,}0756 \cdot W_h + 7{,}425 - 0{,}0198 \cdot W_h) \text{ t.}$$

Der Steigungswiderstand auf der vorgenannten Strecke ist zufolge früherer Ermittelung „$W_s = 1{,}5$ t“, sodaß gilt:

$$Z_{max} = W_h - 1{,}5 \text{ t.}$$

Unter der Annahme, daß guter trockener Schienenzustand vorliege, kann mit dem Haftreibungswert „$\mu_0 = 0{,}300$“ gerechnet werden. Die Ausrechnung der Gleichung (24a) ergibt damit als höchste Reibungszugkraft in der Geraden mit Steigung „$s_n = 25‰$“:

$$Z_{max} = 15{,}98 \text{ t.}$$

Ist das ganze, ruhende Reibungsgewicht der Lokomotive „G = 60 t", so beträgt der praktische Reibungswert in diesem Falle:

$$\mu_p = \frac{15{,}98}{60} = 0{,}266.$$

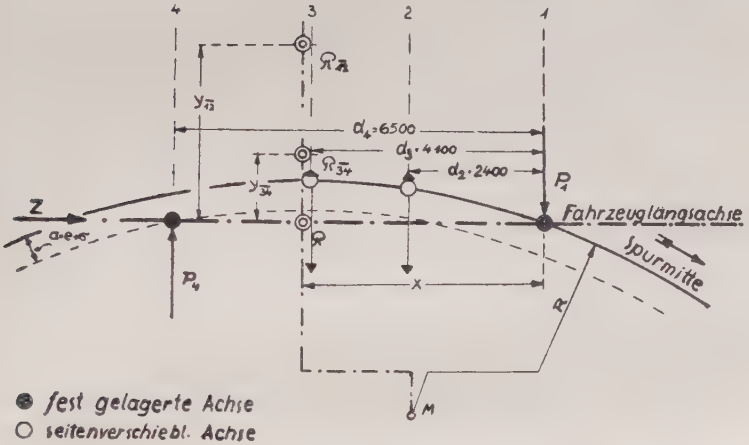

Bild 37

Soll auch beim Krümmungslauf die Grenzzugkraft der Lokomotive „BB" ermittelt werden, so können dazu die im Abschnitt e) dieses Teiles wiedergegebenen Gleichungen (9a), (10a), (11a), (32a) und (32b) unverändert verwendet werden, da das Lokomotivfahrzeug für beide Triebwerksbauarten dasselbe ist. Anstelle der vier verschiedenen Abstände des ideellen Reibungsmittelpunktes von der Fahrzeuglängsachse bei der Lokomotive „D_0" treten nur noch zwei verschiedene „y-Werte" für die beiden Treibachsgruppen der Lokomotive „BB" auf. Darum sind auch bei Anwendung der Gleichung (11a) die Klammern, die die Zugkräfte der je von einem Motor angetriebenen Treibachsgruppe umfassen, etwas anders zu setzen. Sie lautet im vorliegenden Falle:

(11b) $(K_1 + K'_1 + K_2 + K'_2 + \mu'_1 : Y_1) + (K_3 + K'_3 + K_4 + K'_4 + \mu_4 : Y_4) + Z_{max} = 0.$

Die Summe der Reibungskräfte in der ersten Klammer von Gleichung (11b), künftig mit „$Z_{\overline{12}}$“ bezeichnet, gibt den Zugkraftanteil der vorderen Achsgruppe „$_{\overline{12}}$“, gebildet aus den Achsen „1“ und „2“ (Bild 37), an. Die zweite Klammer umfaßt entsprechend den Zugkraftanteil „$Z_{\overline{34}}$“, der zur hinteren Achsgruppe „$_{\overline{34}}$“ zusammengefaßten Treibachsen „3“ und „4“.

Sind die Treibmotoren beider Achsgruppen parallel geschaltet, so ist das Verhältnis der beiden Teilzugkräfte zueinander durch die an diesen Achsgruppen auftretenden Längsgleitgeschwindigkeiten bedingt. Die Kennlinien der Treibmotoren der Lokomotive „BB“ sind in Bild 38 dargestellt. Sie geben den Verlauf der Motorzugkraft, bezogen auf den Treibradumfang in Abhängigkeit von der Umfangsgeschwindigkeit am Treibrad für insgesamt 19 Fahrstufen wieder. Auch bei dieser Lokomotive wird angenommen, daß sie zur Ausnutzung der jeweils erreichbaren höchsten Reibungszugkraft mit einer Feinreglersteuerung ausgerüstet sei, die beliebige zwischen den in Bild 38 gezeichneten Fahrstufen liegende Motorkennlinien zu erreichen gestattet.

Der Rechnungsgang ist für die Lokomotive „BB“ fast der gleiche wie für die bereits behandelte Lokomotive „D_o“. Lediglich die in Abhängigkeit von der Radumfangsgeschwindigkeit darzustellenden Grenzzugkräfte der einzelnen Achsgruppen betragen abweichend von der Lokomotive „D_o“ im vorliegenden Falle nach den Gleichungen (25) bezw. (27):

(25 b) $Z_{\overline{12}} = K_1 + K'_1 + K_2 + K'_2 + \mu'_1 \cdot Y_1 = \psi\,(v + v \cdot \frac{y_{\overline{12}}}{R})\,t$

und

(25 c) $Z_{\overline{34}} = K_3 + K'_3 + K_4 + K'_4 + \mu_4 \cdot Y_4 = \psi\,(v + v \cdot \frac{y_{\overline{34}}}{R})\,t.$

Man hat also bei der Lokomotive „BB“ für jeden Betriebsfall nur zwei Grenzzugkraftkurven zu ermitteln und sie in die durch Bild 38 gegebenen Motorkennlinien einzuzeichnen. Die Lage dieser Grenzzugkraftlinien zu den Motorkennlinien für den Betriebsfall 3 ($R = 700$ m, $s_n = 25$ ‰ und $V = 50$ km/h) ist aus Bild 39 zu ersehen. Alle für die Durchführung der Berechnungen selbst bei der Besprechung der Lokomotive „D_o“ gemachten Bemerkungen gelten auch hier unverändert.

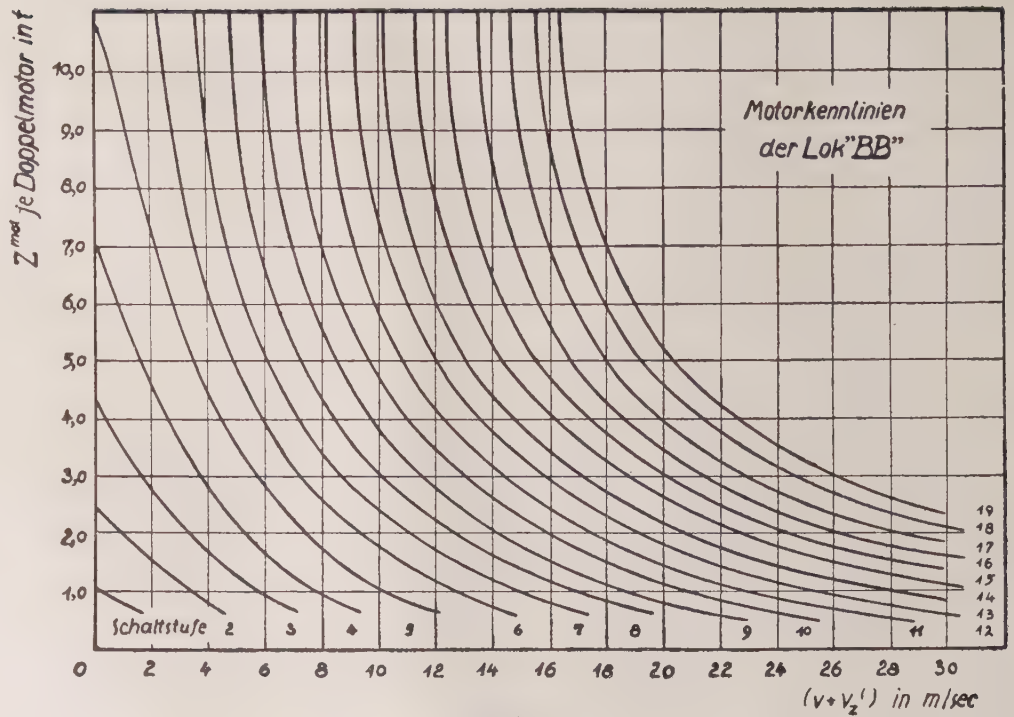
Motorkennlinien
der Lok "BB"
Z mot je Doppelmotor in t
13,0
9,0
8,0
7,0
6,0
5,0
4,0
3,0
2,0
1,0
Schaltstufe 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11
19
18
17
16
15
14
13
12
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30
(v+v_z') in m/sec

Bild 38

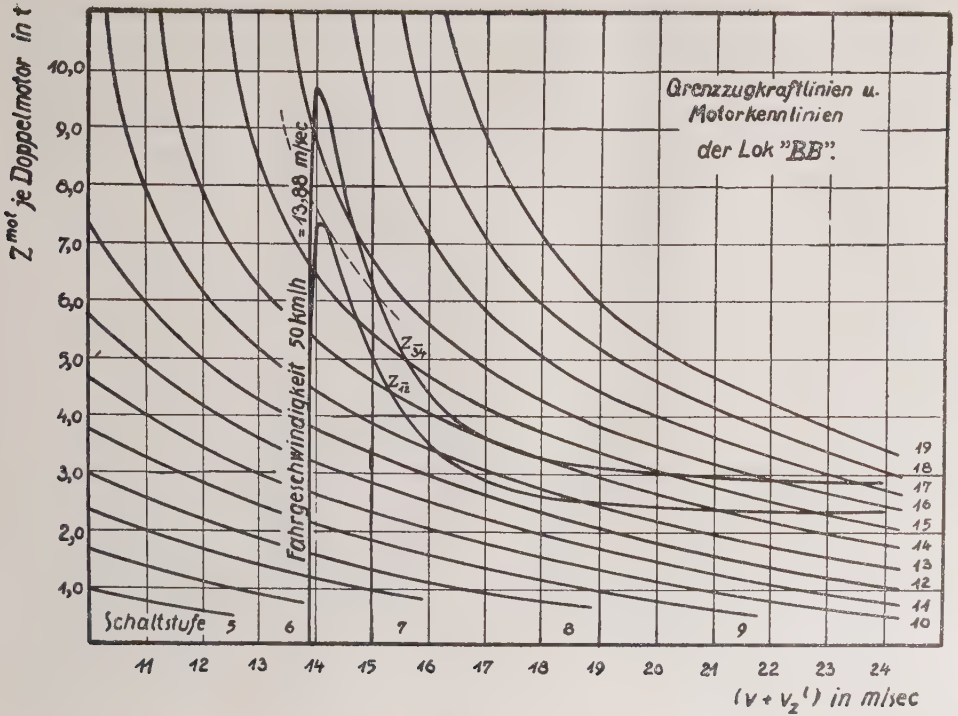
Grenzzugkraftlinien u.
Motorkennlinien
der Lok "BB".
Fahrgeschwindigkeit 50 km/h = 13,88 m/sec
Schaltstufe
5
6
7
8
9
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
10,0
9,0
8,0
7,0
6,0
5,0
4,0
3,0
2,0
1,0
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
(v + v2') in m/sec
Z mot je Doppelmotor in t

Bild 39

In der Anlage III sind die wichtigsten Zahlenwerte aus dem Rechnungsgang für die Lokomotive „BB" im Betriebsfall 3 zusammengestellt. Dabei ist auf die Wiedergabe der rein geometrischen Größen, die sich aus der Lage der Reibungsmittelpunkte ergeben, verzichtet, da sie den entsprechenden Zahlen in der Uebersicht Anlage I gleich sind. Aus beiden mit Hilfe der Zahlenwerte aus Anlage III in Bild 39 eingezeichneten Grenzzugkraftkurven „$Z_{\overline{12}}$" und „$Z_{\overline{34}}$" und den Motorkennlinien nach Bild 38 wird die in diesem Betriebsfall erreichbare Grenzzugkraft der Lokomotive in bekannter Weise errechnet.

Die Ergebnisse aus der Durchrechnung aller sechs Betriebsfälle sind für die Lokomotive „BB" in der Uebersicht Anlage IV zusammengefaßt. Auch bei dieser Lokomotive tritt ein Sinken der höchsten Reibungszugkraft in der Krümmung mit steigender Fahrgeschwindigkeit und kleiner werdendem Krümmungshalbmesser ein.

---

g) Ermittelung der Ausnutzung der Schienenreibung einer Lokomotive der Bauart „D".

Im Betriebsfall 1, d. h. bei Fahrt auf gerader Bahn mit „$s_n = 25$ ‰" Steigung wird die Grenzzugkraft der Lokomotive „D" aus der im Abschnitt c) des Teiles III aufgestellten Gleichung (28) berechnet. Sie lautet mit den für den vorliegenden Fall errechneten Raddrücken:

$$(28a)\quad Z_{max} = \mu_0 \cdot 2 \cdot (7{,}214 - 0{,}0756 \cdot W_h + 7{,}425 - 0{,}0198 \cdot W_h + 7{,}575 + 0{,}0198 \cdot W_h + 7{,}786 + 0{,}0756 \cdot W_h) = \mu_0 \cdot 60{,}0 \text{ t}.$$

Da bei dieser Lokomotive alle Treibachsen zwangsläufig gekuppelt und keine Laufachsen vorhanden sind, so beeinflussen die Raddruckänderungen infolge des Bäumungsmoments und des Moments des Steigungswiderstandes die Gesamtzugkraft nicht. Die Lokomotive kann bei der Fahrt in der Geraden auf trockenen, gut verlegten Schienen bei einem Haftreibungswert von „$\mu_0 = 0{,}300$" und dem Ausbleiben störender Bewegungen die Grenzzugkraft von

$Z_{max} = 18{,}00$ t erreichen.

Der praktische Reibungswert wird in diesem Falle dem Haftreibungswert gleich und beträgt demnach

$$\mu_p = \mu_0 = 0{,}300.$$

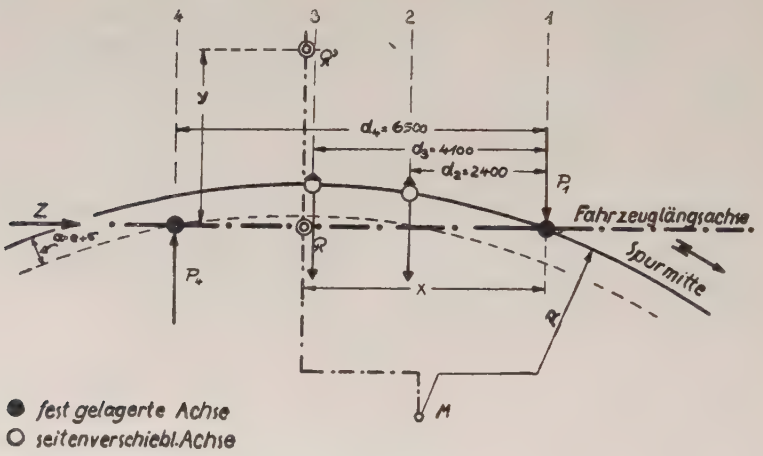

Bild 40

Für die Betrachtung der Lokomotive „D" bei der Fahrt durch eine Bahnkrümmung ist wichtig, daß sämtliche miteinander gekuppelten Treibachsen nur einen, gemeinsamen ideellen Reibungsmittelpunkt haben (Bild 40). Der Anteil jeder Treibachse an der Gesamtzugkraft der Lokomotive wird durch seinen Abstand „y" von der Fahrzeuglängsachse bestimmt. Der Einfluß der Form und Lage der Motorkennlinien hingegen verschwindet bei dieser Antriebsbauart dann vollkommen, wenn es wie auch bei den anderen betrachteten Antriebsbauarten durch eine Feinreglersteuerung möglich ist, den Treibmotoren beliebige Spannungen zuzuführen und damit die ganze von der Abszissensache und der Grenzzugkraftlinie „Z + Z'" der Lokomotive umhüllte Fläche gleichsam mit dicht nebeneinander parallel verlaufenden Motorkennlinien zu bedecken.

Für die Errechnung der Reibungswiderstände zwischen den Treibrädern und Schienen und damit auch der Grenz-

zugkraft der Lokomotive „D“ beim K r ü m m u n g s l a u f gelten wiederum die im Abschnitt e) des Teiles IV wiedergegebenen Gleichungen (9a), (10a), (11a), (32a) und (32b) unverändert. Da aber hier nur e i n e Gruppe zwangläufig gekuppelter Treibachsen vorhanden ist, so dürfen die Längskomponenten „K_z“ der Reibungswiderstände aller Treibräder in Gleichung (11a) einfach algebraisch addiert werden und ergeben so die Gesamtzugkraft der Lokomotive für den betrachteten Betriebsfall. Ihre Grenzzugkraft wird in jedem Betriebsfall in einfachster Weise dadurch ermittelt, daß man für eine Reihe angenommener Zahlenwerte von „y“ die zugehörigen Gleitgeschwindigkeiten, Reibungswerte und Reibungswiderstände der Treibräder samt den entsprechenden Treibradumfangsgeschwindigkeiten berechnet und denjenigen Wert von „y“ durch Aufzeichnen der Grenzzugkraftlinie „$Z + Z'$“ über den Umfangsgeschwindigkeiten feststellt, für den die Summe aller „K“-Kräfte einschließlich der von den Führungsdrücken herrührenden zusätzlichen Reibungswiderstände ihren Höchstwert „Z_{max}“ erreicht. Dabei muß aber nachgeprüft werden, ob bei diesem „Z_{max}“ noch betrieblich zulässige Gleitgeschwindigkeiten der treibenden Räder eingehalten werden.

Der Berechnung der Längskomponenten „K_z“ und der Querkomponenten „G_z“ der Reibungswiderstände müssen die an den einzelnen Treibrädern wirklich auftretenden Raddrücke zugrundegelegt werden. Da der Einfluß des Bäumungsmoments auf die Raddrücke von der Größe des Zughakenwiderstandes „W_h“ abhängig ist, muß für jeden zu untersuchenden Betriebsfall zunächst eine Annahme über die Grenzzugkraft „Z_{max}“ gemacht werden, mit der dann die Berechnung selbst durchzuführen ist. Bezüglich der Uebereinstimmung des Ergebnisses der Rechnung mit der gemachten Annahme gelten die schon im Abschnitt e) gemachten Bemerkungen.

Die einzelnen Berechnungen über die gewählten Betriebsfälle sind hier nicht ausführlich wiedergegeben, da sie hinsichtlich der Form und Art der Rechnung von den in den Anlagen Uebersicht I und III erläuterten Rechnungsmustern kaum abweichen. Ihre Ergebnisse sind in der Anlage Uebersicht V zusammengefaßt und zeigen, verglichen mit den Ergebnissen der beiden anderen Lokomotivbauarten, dasselbe Bild des Sinkens der Ausnutzung der Schienenreibung in der

Krümmung bei steigender Fahrgeschwindigkeit und kleiner werdendem Krümmungshalbmesser.

Nachdem nun für die gewählten sechs Betriebsfälle bei den drei als Beispielen angenommenen Lokomotivbauarten die erreichbaren praktischen Reibungswerte ausgerechnet vorliegen, liegt es nahe, sie zu einem Vergleich dieser Lokomotivbauarten in Bezug auf ihre Ausnutzung der Schienenreibung heranzuziehen. Da aber, wie eingangs erwähnt, die Rechnungen mit Hilfe der sehr unsicheren Reibungswertlinie Bild 12, die auf den Versuchen von G a l t o n aufgebaut ist, durchgeführt werden mußten und ihre Ergebnisse auch nur für e i n e n bestimmten Schienenzustand, nämlich „trokkene Schienen", Gültigkeit haben, empfiehlt es sich, nicht die errechneten praktischen Reibungswerte der drei Lokomotivbauarten selbst, sondern nur ihr Verhältnis zueinander in Vergleich zu ziehen.

Man geht dabei am besten davon aus, daß als Grundlage der Haftreibungswert „$\mu_0 = 0{,}300 = 100\%$" gewählt wird. Hievon ausgehend werden dann alle aus den Anlagen II, IV und V zu entnehmenden praktischen Reibungswerte „μ_p", in Prozenten von „μ_0" ausgedrückt. Die so erhaltenen Prozentzahlen für die einzelnen Betriebsfälle und Lokomotivbauarten sind in der folgenden Uebersicht zusammengefaßt:

Fall Nr.	1	2	3	4	5	6	—
R	= ∞	700	700	700	200	200	m
V	= —	5	50	70	5	50	km/h
Lokomotivbauart:	Werte von „μ_p" in % von „μ_0".						
„D_0"	82,4	83,0	78,7	75,6	82,4	66,6	%
„BB"	88,6	88,0	84,4	82,0	87,0	75,0	%
„D"	100,0	99,6	94,6	93,0	98,4	84,4	%

Aus obiger Zusammenstellung ist leicht zu ersehen, in welcher Weise die Bauart des Lokomotivantriebes bei sonst gleicher Bauart des Fahrzeugteiles die Ausnutzung des Reibungsgewichtes beeinflußt. Es zeigt sich auch, daß ein für alle untersuchten Betriebsfälle angenähert gleichbleibendes

Verhältnis in der Höhe dieser Ausnutzung zwischen den einzelnen Antriebsbauarten besteht. Es ist angenähert durch die Zahlenfolge „0,82 : 0,89 : 1,00“ gegeben, in der an erster Stelle die Lokomotive „D_0“ und an letzter Stelle die Lokomotive „D“ stehen.

Bei der großen Bedeutung, die dem Einzelachsantrieb auf Grund seiner mannigfachen Vorzüge gegenüber dem Gruppenantrieb zukommt, liegt nun die Frage nahe, ob und in welchem Umfange eine Verbesserung der Ausnutzung des Reibungsgewichtes bei dieser Antriebsart möglich ist. Da das Verhältnis der Ausnutzung des Reibungsgewichtes bei allen drei untersuchten Lokomotivbauarten in allen Betriebsfällen etwa das nämliche ist, liegt die Vermutung nahe, daß die wichtigsten Ursachen für die geringere Ausnutzung des Reibungsgewichtes bei der Lokomotive „D_0“ die beim Ziehen sowie bei der Fahrt in der Steigung auftretenden Raddruckunterschiede der einzelnen Treibräder sind. Ihre Ausscheidung aus der Reihe der den praktischen Reibungswert bestimmenden Einflüsse ist möglich, wenn das Fahrzeug z. B. Längsausgleichshebel zum selbsttätigen Ausgleich aller Raddrücke einer Lokomotiv-

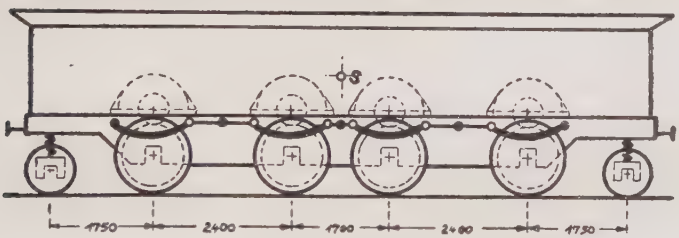

Bild 41

seite besitzt. Da nun das bisher untersuchte Fahrzeug nur Treibachsen enthält, so könnte der Ausgleich aller Treibraddrücke nur durch Hinzufügung mindestens einer Laufachse zur Erhaltung des stabilen Gleichgewichtes der gefederten Massen erreicht werden. Damit aber die seither

bestehende vollkommene Gleichheit des Fahrzeugs im Vor- und Rückwärtslauf gewahrt bleibt, wird angenommen, daß nun an jeder Stirnseite der Lokomotive eine Laufachse vorhanden sei (Bild 41). Um bezüglich der Einstellung der Lokomotive in der Krümmung keine Abweichungen von den in den Anwendungsbeispielen durchgerechneten Zahlenwerten zu bekommen, sei der ideale Fall vorausgesetzt, daß sich diese Laufachsen in der Krümmung vollkommen frei einstellen können und allseits soviel freie Beweglichkeit erhalten, daß sie auf den Hauptrahmen der Lokomotive keine Kräfte ausüben können.

Bei vollkommenem Ausgleich der Radbelastung aller Treibachsen und unter der Annahme, daß die beiden Laufachsen unbelastet seien, betragen dann für die früher gewählten Antriebsbauarten in jedem Betriebsfall die Raddrücke an allen Treibrädern stets 7,5 t. Unter dieser Voraussetzung können alle drei Lokomotivbauarten in der Geraden die gleiche Grenzzugkraft erreichen, ohne daß an einer Treibachse Rädergleiten eintritt. Das Reibungsgewicht wird in diesem Falle unabhängig von der Bauart des Antriebes stets voll ausgenutzt.

In der Krümmung aber gelten für die Ermittelung der Grenzzugkraft wieder die im Abschnitt e) dieses Teiles aufgestellten Gleichungen (9 a), (10 a), (11 a), (32 a) und (32 b) mit der Vereinfachung, daß die Raddrücke aller Achsen unter sich gleich und gleichbleibend sind. Der Reibungswert „μ_z“ aber kann je nach der auftretenden Gleitgeschwindigkeit an jedem Treibrad einen anderen Wert haben.

Die hier nicht durchgeführte Berechnung der Reibungszugkräfte für alle Lokomotivbauarten und Betriebsfälle ist der früher gezeigten sachlich gleich. Während aber aus den Bildern 35 und 39 zu entnehmen war, daß die Reibungszugkraftkurven der einzelnen Achsen oder Achsgruppen sehr verschiedengroße Höchstwerte erreichten, werden diese Unterschiede nun bei gleichgroßen Treibraddrücken bedeutend geringer. Die erste Treibachse, die z. B. bei der Lokomotive „D_0“ im Betriebsfall 3 ($R = 700$ m, $V = 70$ km/h) nur 3,45 t Zugkraft am Radumfang zu übernehmen vermochte, wird nun bei gleichen Raddrücken aller Treibachsen einen um etwa 23% höheren Zugkraftanteil liefern. Aller-

dings sinkt die Leistungsmöglichkeit der letzten Treibachse entsprechend, was aber nicht unerwünscht ist, da die höhere Leistungsmöglichkeit bei ungleichen Radrücken weder in der Geraden noch in der Krümmung ausgenutzt werden konnte.

Für die Lokomotive „D_0", deren praktische Reibungswerte bei unausgeglichenen Treibraddrücken am niedrigsten sind, wurden näherungsweise die Grenzzugkräfte und erreichbaren praktischen Reibungswerte „μ_p" auch für den Fall berechnet, daß alle Treibraddrücke vollkommen gleich groß seien. Die Ergebnisse sind in der folgenden Uebersicht zusammengefaßt.

Fall Nr.	1	2	3	4	5	6	—
R =	∞	700	700	700	200	200	m
V =	—	5	50	70	5	50	km/h
Z_{max} =	18,00	17,78	16,92	16,18	17,52	14,72	t
μ_p =	0,300	0,297	0,282	0,270	0,292	0,245	—

oder in Prozenten des Haftreibungswertes „μ_0 = 0,300" ausgedrückt:

μ_p =	100	99,0	94,0	90,0	97,4	81,7	%

Durch den vollkommenen Ausgleich der Treibradbelastungen kann man also erreichen, daß die Ausnutzung des Reibungsgewichtes auch bei Lokomotiven mit Einzelachsantrieben sich derjenigen gekuppelter Lokomotiven nähert. Während man aber bei der Fahrt in der Geraden, von den Einflüssen störender Bewegungen abgesehen, volle Gleichheit zwischen Lokomotiven mit Einzelachsantrieb und mit gekuppelten Treibachsen erreichen kann, bleibt beim Lauf durch eine Krümmung die gekuppelte Lokomotive doch stets etwas überlegen, wenn auch im vorliegenden Falle ihr Vorsprung in der Ausnutzung des Reibungsgewichtes auch bei höherer Fahrgeschwindigkeit nur ungefähr 4% beträgt.

———

V. Rückschau und Schlußfolgerungen.

Nachdem die theoretischen Ueberlegungen über den Einfluß der Antriebsbauart einer elektrischen Lokomotive und ihrer Betriebsbedingungen auf die Ausnutzung des Reibungsgewichtes abgeschlossen sind, und nachdem auch einige zahlenmäßige Unterlagen für bestimmte, allerdings sehr einfache Verhältnisse vorliegen, kann man an eine Gegenüberstellung der durch Rechnung erhaltenen praktischen Reibungswerte der Lokomotive „D_0“ mit Einzelachsantrieben mit den im Teil I erwähnten Ergebnissen der Versuche von Wichert und Müller-Genf gehen. Die Gegenüberstellung der Ergebnisse der genannten Versuche und der hier vorliegenden Rechnungsergebnisse scheint zunächst darum schwer durchführbar, weil die Grundlage der Versuche beider Beobachter einerseits und die in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Zahlenrechnungen andererseits hinsichtlich der Bauart der Lokomotiven wie auch der Betriebsverhältnisse verschieden ist. Wollte man die Vergleichung der Versuchsergebnisse und der Berechnungen streng durchführen, so müßten vor allem sämtliche äußeren Bedingungen, unter denen die Versuche seinerzeit stattfanden, genau bekannt sein. Ebenso müßten die Berechnungen auf dem durch die Beispiele gezeigten theoretischen Wege für dieselben Lokomotiven und Betriebsbedingungen durchgeführt werden. Keine dieser beiden Voraussetzungen kann jedoch voll erfüllt werden, da weder die Bedingungen der seinerzeitigen Versuche genau bekannt sind, noch auch die theoretische Berechnung schon ganz lückenlos durchführbar ist, nachdem die Einflüsse störender Bewegungen der Lokomotive mangels zahlenmäßiger Unterlagen über ihre Größe außer Acht gelassen werden mußten.

Was darum bei so verschiedenen Grundlagen, wie den hier vorliegenden, durch eine Vergleichung der Ergebnisse von Berechnung und Versuch einzig gewonnen werden kann,

ist ein Ueberblick darüber, ob beide hinsichtlich ihrer Größenordnung und in Bezug auf ihr Verhalten zu dritten Größen im wesentlichen Uebereinstimmung zeigen.

Ehe zu einem Vergleich in dem angeführten Sinne geschritten werden kann, ist noch zu erwähnen, daß die bisher aufgeführten Rechnungsergebnisse in Bezug auf die Ausnutzung des Reibungsgewichtes die äußerste Grenze des Erreichbaren angaben. Diese Grenze kann aber in allen Betriebsfällen stets nur dann erreicht werden, wenn der Scheitel der Grenzzugkraftkurve der maßgebenden Treibachse von einer Motorkennlinie gerade noch berührt wird. Schon bei der Erörterung der Rechnungsergebnisse der Lokomotive „D_0“ (Teil IV, e) wurde jedoch darauf hingewiesen, daß diese oberen Grenzwerte sich nur mit einer Einrichtung zur stufenlosen Regelung der Fahrmotorspannung ohne weiteres erreichen lassen. Meist ist eine derartige Einrichtung aber auf den bestehenden elektrischen Lokomotiven nicht vorhanden. Für solche Lokomotiven sind darum die unter beliebigen Betriebsbedingungen erreichbaren Grenzzugkräfte nicht durch eine einfache Linie gegeben. Vielmehr werden sich neben den oberen Grenzwerten der Zugkraft, die bei günstigster Lage einer Motorkennlinie erreichbar sind, in einem gewissen Bereich, der nach unten durch die ungünstigste Lage einer Motorkennlinie begrenzt ist, beliebig viele relative Höchstzugkräfte je nach den gerade bestehenden Betriebsbedingungen einstellen. Je größer der gegenseitige Abstand zweier Motorkennlinien im Koordinatensystem ist, d. h. je größer der Spannungsunterschied zwischen zwei benachbarten Schaltstufen ist, desto größer kann der Unterschied zwischen höchster und niedrigster Grenzzugkraft einer Lokomotive sein.

Für die untersuchte Lokomotive der Bauart „D_0“ wurden nun auch die niedrigsten Grenzzugkräfte für sämtliche gewählten Betriebsfälle berechnet und nebst den praktischen Reibungswerten in absoluten und in Prozentzahlen in der folgenden Uebersicht zusammengestellt:

Fall Nr.	1	2	3	4	5	6	—
R =	∞	700	700	700	200	200	m
V =	—	5	50	70	5	50	km/h
Z =	11,75	11,76	10,40	9,85	11,52	8,36	t
μ_p =	0,196	0,196	0,173	0,148	0,192	0,139	—

oder in Prozenten des Haftreibungswertes „$\mu_0 = 0{,}300$“

$\mu_p =$ 64,4 64,4 57,6 49,4 64,0 46,4 %.

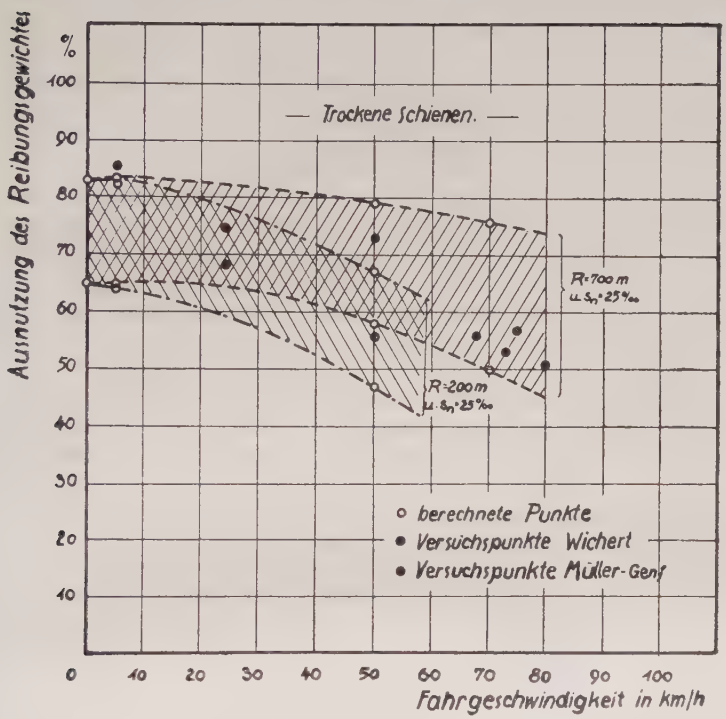

Bild 42

Diese unteren, sowie die früher erhaltenen oberen Prozentzahlen für die Ausnutzung des Reibungsgewichtes bei der Lokomotive „D_0“ sind in Bild 42 in ein Koordinatensystem über der Fahrgeschwindigkeit „V“ in km/h übertragen worden. Die dort eingezeichneten schraffierten Flächen geben die Bereiche an, innerhalb derer sich die Höchstzugkräfte der Lokomotive „D_0“ in den Krümmungen mit R = 700 m und R = 200 m Halbmesser dann einstellen werden, wenn nur die durch Bild 34 wiedergegebenen Motorkennlinien in 17 Schaltstufen ohne Feinsteuerung der Motorspannung zur Verfügung stehen.

Die untere Begrenzungslinie eines schraffierten Bereiches wird umso höher liegen, und damit der oberen festen Begrenzungslinie umso näher rücken, je geringer der Spannungssprung von einer Schaltstufe zur nächsten ist. Eine möglichst große Zahl von Spannungsstufen innerhalb eines bestimmten Spannungsbereiches ist darum für eine elektrische Lokomotive nicht nur im Hinblick auf die Beanspruchung der elektrischen Ausrüstung, sondern auch für die Ausnutzung des Reibungsgewichtes von Wert.

In Bild 42 sind auch die in den betrachteten Geschwindigkeitsbereich fallenden Versuchspunkte von Wichert, sowie einige mit Einzelachsantrieblokomotiven gefundenen Versuchspunkte von Müller-Genf nach entsprechender Umrechnung auf Prozentzahlen eingetragen worden. Die von Wichert untersuchte Lokomotive der Gattung „1 D_0 1" (E 16) mit Einzelachsantrieb Bauart Buchli besitzt dieselbe Motorcharakteristik und Schaltstufenzahl wie die berechnete Lokomotive „D_0". Die Versuchspunkte von Wichert bei 24 und 50 km/h Fahrgeschwindigkeit liegen auch ziemlich inmitten des Zugkraftbereiches der Lokomotive „D_0" für den größeren Krümmungshalbmesser R = 700 m.

Wie schon erwähnt, wurden bei der Berechnung der Lokomotive „D_0" die Einflüsse der Gleislage, die in den Abschnitten 2 und 6 des Teiles II erörtert worden sind, nicht berücksichtigt. Dies konnte bei der Betrachtung des Krümmungslaufes mit wenigstens teilweiser Berechtigung geschehen, da das Fahrzeug mit der ersten und letzten Achse durch beträchtliche Führungsdrücke geführt ist und ihm somit wenig Möglichkeit zur Ausführung von störenden Eigenbewegungen in wagrechter Richtung bleibt. Man kann daher aus der Lage der beiden Versuchspunkte von Wichert bei 24 und 50 km/h schließen, daß die Reibungswerte zwischen den Treibrädern und Schienen bei der Lokomotive „1 D_0 1" beim Lauf in der Geraden infolge störender Einflüsse der Gleislage von ähnlicher Größe sind wie beim idealen, störungsfreien Lauf der Lokomotive D_0" in der Krümmung mit „R = 700 m".

Drei weitere Versuchspunkte der „1 D_0 1" liegen in der Gegend von etwa 70 km/h Fahrgeschwindigkeit. Sie liegen schon an der unteren Grenze des Grenzzugkraftbereiches der „D_0" für den Halbmesser „R = 700 m". Dies legt den Schluß nahe, daß bei dieser höheren Fahrgeschwindigkeit die Unruhe

des Laufes der „1 D_0 1" stärker zunimmt, als es der Geschwindigkeitszunahme entspräche. Die praktische Erfahrung mit der genannten Lokomotive bei hohen Fahrgeschwindigkeiten bestätigt dies. Die in Bild 42 ebenfalls eingetragenen Versuchspunkte von Müller-Genf können zur Vergleichung nicht herangezogen werden, da sie aus Versuchen mit verschiedenen Lokomotivbauarten hervorgingen und da nicht bekannt ist, welcher Lokomotivgattung die einzelnen Punkte angehören.

Eine Prüfung der entwickelten theoretischen Anschauungen über die Ausnutzung des Reibungsgewichtes verschiedener Bauarten von elektrischen Lokomotiven ist bei der Dürftigkeit der bis jetzt vorliegenden Versuche und bei dem Fehlen aller wichtigen Angaben über die dabei vorgefundenen Betriebsbedingungen, wie schon erwähnt, nicht möglich. Durch Bild 42 konnte darum zunächst nur gezeigt werden, daß die Ergebnisse von Rechnung und Versuch nicht allzuweit voneinander abweichen, und daß die vorkommenden Abweichungen sich durch die Unterschiede in der Bauart der untersuchten Lokomotiven und durch die der rechnerischen Ermittelung bis jetzt nicht zugänglichen Einflüsse störender Bewegungen des Fahrzeugs in wagrechter und lotrechter Richtung erklären lassen.

Soll nun die aufgestellte Theorie fruchtbringend werden und praktische Fingerzeige für die bauliche Gestaltung neuer elektrischer Lokomotiven wie auch für die betriebliche Ausnutzung vorhandener Bauarten im Hinblick auf die Ausnutzung ihres Reibungsgewichtes ergeben, so müssen die noch bestehenden Lücken durch Erfassung auch der das Rollen störenden Bewegungen des Fahrzeugs, sowie seiner von Gleisunebenheiten herrührenden Raddruckänderungen geschlossen werden. Dies kann nur durch planmäßige Versuche geschehen.

Wie man aus den der Untersuchung beigefügten Uebersichten der Rechnungsergebnisse der drei gewählten Lokomotivbauarten (Anlagen II, IV und V) erkennt, werden die Grenzzugkräfte durchweg schon bei verhältnismäßig geringen Gleitgeschwindigkeiten zwischen den Treibrädern und Schienen erreicht. Dies ist mit Rücksicht auf die Abnützung der Radreifen und Schienen sehr erwünscht. Immerhin muß man aber z. B. im Betriebsfall 6 bei der Lokomotive „D_0" am kurveninnenseitigen Treibrade der ersten Achse eine Gleitge-

schwindigkeit von „v_1^g = 0,587 m/sek = 2,11 km/h“ feststellen, ein Wert, der zweifellos bereits an der Grenze des betriebsmäßig Erträglichen liegt. Es entsteht nun die Frage, ob der Verlauf der Kurve für die Reibungswerte, wie er in Bild 12 gezeichnet ist, für diese niedrigen Gleitgeschwindigkeiten hinreichend richtig ist. Gerade für den so wichtigen Bereich von 0 bis 3 m/sek lagen Versuchswerte von Galton nicht vor. Die Kurve in Bild 12 ist daher in diesem Bereich lediglich geschätzt und kann auch eine etwas abweichende Lage haben, was bei ihrer großen Steilheit in diesem Geschwindigkeitsbereich von großem Einfluß sein würde. Da die Kenntnis der Reibungswerte von auf Stahlschienen gleitenden Lokomotivrädern bei kleinen Gleitgeschwindigkeiten grundlegend für die durchzuführenden Berechnungen ist, so wären vor allem sorgfältig durchgeführte Versuche zu ihrer Ermittelung für eine Reihe verschiedener Schienenzustände erforderlich.

Die Ermittelung der praktischen Reibungswerte im Betrieb an ausgeführten Lokomotiven selbst dürfte sich zweckmäßig zuerst auf Fahrten in Krümmungen erstrecken, da in diesen aller Wahrscheinlichkeit nach die störenden Einflüsse unregelmäßiger Gleislage sich am wenigsten bemerkbar machen dürften. Allerdings müssen bei der Nachprüfung der Ergebnisse auch die Raddruckänderungen unter der Wirkung der Fliehkraft der Lokomotive und die diesen entgegenwirkende Ueberhöhung des Gleises in Krümmungen Berücksichtigung finden. Die entsprechenden Ansätze wurden zur Vereinfachung der Gleichungen für den Krümmungslauf dort weggelassen, können aber bei der Nachprüfung von Versuchsergebnissen nicht vernachlässigt werden.

Zur Durchführung der Versuche wären zweckmäßig neben der ziehenden elektrischen Lokomotive, ein Meßwagen und am besten eine oder zwei Dampflokomotiven mit Gegendruckbremseinrichtung zu verwenden, da mit diesen sich die Zugkraft am Haken der Elektrolokomotive wenigstens bei mittleren und höheren Fahrgeschwindigkeiten beliebig feinstufig bis zur Schleudergrenze regeln läßt. Durch eine solche Regelung der Zugkraft wird die früher erwähnte feinstufige Regelung der Motorklemmenspannung mittels Feinsteuerung zur Durchführung der Versuche entbehrlich. Man kann so mit jeder vorhandenen elektrischen Lokomotive, unbeschadet der ihr zur Verfügung stehenden Schaltstufenzahl, eine genügende

Zahl von Versuchspunkten erhalten. Mit denselben Mitteln wäre dann auch die Untersuchung elektrischer Lokomotiven in der Geraden vorzunehmen.

Das Ziel der vorgeschlagenen praktischen Untersuchungen an ausgeführten elektrischen Lokomotiven muß sein, eine hinreichende Zahl einwandfreier Versuchswerte für die Ausnutzung der Schienenreibung unter möglichster Festhaltung aller in Betracht kommenden äußeren Bedingungen zu gewinnen, um daraus neben einer Bestätigung des rechnerisch verfolgten Teiles der Untersuchungen auch Erfahrungszahlen über den Einfluß der das Rollen im geraden Gleis störenden Bewegungen der Lokomotiven auf Raddruck und Reibungswert zu erlangen.

Verzeichnis der vorkommenden Formelzeichen nebst Erklärung.

C_z = Aenderung des Raddruckes einer beliebigen Achse „z" in t durch das Bäumungsmoment (gleiche Bedeutung an bestimmten Achsen haben „C_1, C_2, C_3, C_4, C_{z-1} und C_m"),

D_b = Durchmesser des Berührungskreises durch den Berührungspunkt „A'" zwischen Schienenkopfflanke und Spurkranz an einem anlaufenden Rade in m,

D_l = Durchmeser des Laufkreises eines führenden Rades in m,

E_z = Aenderung des Raddruckes einer beliebigen Achse „z" in t durch in senkrechter Richtung wirkende Triebwerkskräfte „T_q" bezw. „H_z" (gleiche Bedeutung an bestimmten Achsen haben „E_1, E_2, E_3, E_4, E_{z-1} u. E_m),

G = im Schwerpunkt „S" angreifend gedachtes Gesamtgewicht der gefederten und ungefederten Teile einer Lokomotive in t,

G_f = Gewicht der gefederten Teile einer Lokomotive in t,

G_z = Komponente des Reibungswiderstandes „$\mu_z Q_z$" in t an einem beliebigen kurven-innenseitigen Rade der Achse „z" senkrecht zur Fahrzeuglängsachse (gleiche Bedeutung an bestimmten Rädern haben G_1, G_2, G_3 und G_4),

G'_z = wie „G_z", jedoch an kurvenaußenseitigen Rädern,

H_z = Triebwerksgegenkraft senkrecht zur Schiene an einem beliebigen kurveninnenseitigen Rade der Achse „z" in t,

H'_z = wie „H_z", jedoch an kurvenaußenseitigen Rädern,

K_z = Komponente des Reibungswiderstandes „$\mu_z Q_z$" in t in Richtung der Fahrzeuglängsachse an einem beliebigen kurveninnenseitigen Rade der Achse „z" (gleiche Bedeutung an bestimmten Rädern haben „K_1, K_2, K_3 und K_4"),

K'_z = wie „K_z“, jedoch an kurvenaußenseitigen Rädern,
M = Mittelpunkt des Krümmungskreises einer Bahnkrümmung,
N_z = Aenderung des Raddruckes an einer beliebigen Achse „z“ in t durch das Moment des Steigungswiderstandes (gleiche Bedeutung an bestimmten Achsen haben „N_1, N_2 N_3, N_4, N_{z-1} und N_m),
P_z = Richtkraft an einem beliebigen in einer Bahnkrümmung anlaufenden Rade der Achse „z“ in t — ihr Angriffspunkt kann auch ein beliebiger Punkt des Lokomotivrahmens sein, wenn die Lokomotive beispielsweise ein führendes Drehgestell besitzt — (gleiche Bedeutung für bestimmte Achsen bezw. Rahmenpunkte haben „P, P_1 und P_4“),
Q_z = ruhender Raddruck an jedem Rade der beliebigen Achse „z“ in t (gleiche Bedeutung an bestimmten Achsen haben „Q, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_{z-1} und Q_m),
R = Halbmesser einer Bahnkrümmung in m,
S = Schwerpunkt der Lokomotive,
T_q = Triebwerkskraft senkrecht zur Schienenebene an einer beliebigen Stelle des Lokomotivrahmens angreifend in t,
V = Fahrgeschwindigkeit der Lokomotive in km/h (siehe auch „v“),
W = Gesamtwiderstand des Zuges in t am Zughaken der Lokomotive,
W_b = Beschleunigungswiderstand der Lokomotive in t im Schwerpunkt „S“ angreifend,
W_h = am Zughaken der Lokomotive vereinigt gedachter Gesamtwiderstand von Anhängelast und Lokomotive in t ausschließlich des Steigungs- und Beschleunigungswiderstandes der Lokomotive,
W_s = Steigungswiderstand der Lokomotive in t im Schwerpunkt „S“ angreifend,
Y_z = Führungsdruck der Schiene auf den Spurkranz eines beliebigen Rades der Achse „z“ in t (gleiche Bedeutung an bestimmten Rädern haben „Y, Y_1 und Y_4“),
Z = Gesamtzugkraft der Lokomotive in t bezogen auf ihren Treibradumfang bezw. Zughaken,
Z_{max} = erreichbare Höchstzugkraft oder Grenzzugkraft der Lokomotive in t bezogen auf ihren Treibradumfang bezw. Zughaken,

Z_z = Anteil eines beliebigen kurveninnenseitigen Treibrades der Achse „z" an der Gesamtzugkraft der Lokomotive in t (gleiche Bedeutung an bestimmten Treibrädern haben „Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_{z-1} und Z_n"),

Z'_z = wie „Z_z" jedoch an kurvenaußenseitigen Rädern,

Z^{mot} = von einem Treibmotor ausgeübte Zugkraft in t bezogen auf den Treibradumfang der von ihm angetriebenen Achse oder Achsgruppe (gleiche Bedeutung an bestimmten Achsen oder Achsgruppen haben „Z_1^{mot}, Z_2^{mot} usw.),

Z_v = Anteil einer beliebigen Treibachsgruppe einer Lokomotive an ihrer Gesamtzugkraft in t (gleiche Bedeutung für bestimmte Treibachsgruppen haben z. B. $Z_{\overline{12}}$, $Z_{\overline{34}}$ usw.),

Z_v^{min} = von der am wenigsten belasteten Treibachsgruppe einer Lokomotive ausgeübte Zugkraft in t,

a = $e + \sigma$ = Unterschied zwischen Schienenspur und Radsatzspur in der Geraden zuzüglich Spurerweiterung in der Krümmung in m,

dl = Weg der Längsgleitung eines Rades an seinem Berührungspunkt „A" mit der Schiene,

dq = Weg der Quergleitung eines Rades an seinem Berührungspunkt „A" mit der Schiene,

ds = Weg des Berührungspunktes „A" auf der Schiene in der Zeit „dt",

dt = Zeitelement,

d_z = Abstand einer beliebigen Achse „z" von der ersten Achse eines Rahmens in m (gleiche Bedeutung für bestimmte Achsen haben d_1, d_2, d_3, d_4),

e = Unterschied zwischen Schienenspur und Radsatzspur in der Geraden in m,

f (...) = allgemeine Funktionsbezeichnung,

h = Höhe des Angriffspunktes des Zughakenwiderstandes „W_h" über der Schienenoberkante in m,

m = Zahl der in einem gemeinsamen Rahmen gelagerten Achsen einer Lokomotive,

n = Zahl der in einem gemeinsamen Rahmen gelagerten Treibachsen einer Lokomotive,

$\pm p$ = Beschleunigung oder Verzögerung der Lokomotive in m/sek^2,

r_q = Abstand des Angriffspunktes einer senkrechten Triebwerkskraft „T_q" von der ersten Achse eines Rahmens in m,

s = halber Laufkreisabstand der Räder einer Achse in m,

s_n = $tg\alpha$ = Steigung in mm/m bezw. in ‰,

v = Fahrgeschwindigkeit der Lokomotive in m/sek (siehe auch „V"),

v_z^g = Gleitgeschwindigkeit zwischen einem beliebigen kurveninnenseitigen Rade der Achse „z" und der Schiene in m/sek (gleiche Bedeutung für bestimmte Räder haben v_1^g, v_2^g, v_3^g, v_4^g),

v_z^g = wie v_z^g, jedoch für ein beliebiges kurvenaußenseitiges Rad der Achse „z",

v_z^l = Längsgleitgeschwindigkeit zwischen einem beliebigen kurveninnenseitigen Rade der Achse „z" und der Schiene in m/sek (gleiche Bedeutung für ein kurvenaußenseitiges Rad hat $v_z^{l'}$),

v_z^q = Quergleitgeschwindigkeit zwischen einem beliebigen kurveninnenseitigen Rade der Achse „z" und der Schiene in m/sek (gleiche Bedeutung für ein kurvenaußenseitiges Rad hat $v_z^{q'}$),

x = Abstand des reellen Reibungsmittelpunktes von der ersten Achse eines Rahmens in m,

y_z = senkrechter Abstand des ideellen Reibungsmittelpunktes einer beliebigen Treibachse „z" von der Fahrzeuglängsachse in m (gleiche Bedeutung für bestimmte Treibachsen oder Treibachsgruppen haben, y, y_1, y_2, y_3, y_4, $y_{\overline{12}}$, $y_{\overline{34}}$ y_ν usw.),

z = Index zur Bezeichnung einer beliebigen Achse,

Ω = reeller Reibungsmittelpunkt eines Lokomotivrahmens in der Krümmung,

Ω_z = ideeller Reibungsmittelpunkt einer beliebigen Treibachse „z" oder Treibachsgruppe,

α = Winkel der Steigung gegen die Wagrechte ($tg\alpha = s_n$),

γ_z = Aenderung der Tragfederdurchbiegung in mm durch das Moment der Bahneignung (gleiche Bedeutung an bestimmten Achsen haben γ_1, γ_2, γ_3, γ_4, γ_{z-1}, γ_m),

ϑ_z = Aenderung der Tragfederdurchbiegung in mm durch das Bäumungsmoment der Lokomotive (gleiche Bedeutung an bestimmten Achsen haben ϑ_1, ϑ_2, ϑ_3, ϑ_4, ϑ_{z-1}, ϑ_m),

ε_z = Aenderung der Tragfederdurchbiegung in mm durch senkrechte Triebwerksdrücke (gleiche Bedeutung an bestimmten Achsen haben ε_1, ε_2, ε_3, ε_4, ε_{z-1} ε_m),

η = Höhe des Schwerpunktes „S" der Lokomotive über der Schienenoberkante in m,

ν = Index zur Bezeichnung einer beliebigen Treibachsgruppe,

μ_z = Reibungswert zwischen einem beliebigen kurveninnenseitigen Rade der Achse„z" und der Schiene (gleiche Bedeutung für ganz bestimmte Räder haben μ_1, μ_2, μ_3 μ_4, μ_{z-1}, μ_m usw.),

μ'_z = Reibungswert wie „μ_z", jedoch an kurvenaußenseitigem Rade der Achse „z",

μ_o = Haftreibungswert zwischen Rad und Schiene,

μ_p = praktischer Reibungswert einer Lokomotive, d. h. Verhältnis von jeweils erreichbarer Höchstzugkraft zu ruhendem Reibungsgewicht,

φ = Winkel der Laufkreisebene eines anlaufenden Rades mit der Tangente an die Außenschiene der Krümmung im Berührungspunkt „A" zwischen Rad und Schienenlauffläche,

φ_z = Weichheit der Tragfedern eines beliebigen Rades in mm/t (gleiche Bedeutung haben auch φ_1, φ_2, φ_{z-1} φ_m usw.),

$\omega(...)$ = allgemeine Funktionsbezeichnung,

1,2,3,4, = Indizes zur Bezeichnung bestimmter Achsen einer Lokomotive,

$\overline{12}$, $\overline{34}$ = Indizes zur Bezeichnung bestimmter Treibachsgruppen einer Lokomotive.

Literaturverzeichnis.

Bäseler: „Die Spurkranzreibung", Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens 1927, Seite 333.

Buchli: „Führung und Lauf des Lokomotivrades im Geleise", Schweizerische Bauzeitung 1923, Seite 119.

Galton: „On the effect of brakes upon railway trains". Engineering Band 25, Seite 371 f..

Helmholtz: „Ueber die Seitenschlüpfung rollender Fahrzeuge unter der Wirkung geringer Kräfte", Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens 1923, Seite 239 f.

Heumann: „Das Verhalten von Eisenbahnfahrzeugen in Gleisbögen", Verkehrstechnische Woche 1929, Seite 13 f.

— „Zum Verhalten von Eisenbahnfahrzeugen in Gleisbögen", Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens 1913, Seite 104 f.

— „Zum Bogenlauf von Eisenbahnfahrzeugen", Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens 1928, Seite 481 f.

Jahn: „Der Lauf von Eisenbahnfahrzeugen durch Gleiskrümmungen", Verkehrswissenschaftliche Lehrmittelgesellschaft Berlin 1927.

— „Spurweiterung oder nicht?", Zeitschrift des Vereins Deutscher Eisenbahnverwaltungen 1927, Seite 425 f.

— „Die Beziehungen zwischen Rad und Schiene hinsichtlich des Kräftespiels und der Bewegungsverhältnisse", Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure 1918, Band 62, Seite 121 f.

Lorenz: „Schiene und Rad", Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure 1928, Band 72, Seite 173 und Glasers Annalen 1928, Band 103, Seite 1.

Kimball: Sillimans American Journal of Science, Bd. XIII, S. 353, Auszug hieraus in den Annalen der Physik und Chemie 1879, Band I.

Lotter: „Handbuch zum Entwerfen regelspuriger Dampflokomotiven" München 1909.

Müller: „Reibungsverhältnisse bei Großelektrolokomotiven", ETZ. 1928, Seite 17 u. Diskussion in Elektrische Bahnen 1928, Seite 192.
Poirée: Memoires et Comptes rendues des trav, de la Soc. des Ing. Civ. à Paris 1852, Seite 110.
Sachs: „Einige Gesichtspunkte für die Konstruktion von Reibungstrieben", Maschinenbau 1924, Heft 7, Seite 168.
Uebelacker: „Untersuchung über die Bewegung von Lokomotiven mit Drehgestellen in Bahnkrümmungen", Beilage zum Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens N. F. XL. Band, 1903.
Wichert: „Eine neue Theorie der Riffelbildung", Verkehrstechnik 1921, Seite 109.
— „Die 1 Do 1-Lokomotive der Deutschen Reichsbahngesellschaft", Elektrische Bahnen 1927, Seite 71.
Zuidweg: „Die Ausnutzung des Reibungsgewichtes elektrischer Lokomotiven", ETZ 1920, Seite 426.

Anlage I.

Übersicht der Gleitgeschwindigkeiten, Reibungswerte und Reibungskräfte der Lokomotive „D_0“ (Fall 2).

R = 700 m, $s_n = 25^0/_{00}$, V = 5,0 km/h, x = 4,33 m

y_z =	0,5	1	2	4	6	8	12	20	30	50	100	200	500	1000	2000	5000	m
$\sqrt{x^2+(y_z+s)^2}$ =	4,51	4,675	5,13	6,43	8,02	9,76	13,74	21,2	31,05	51	100,75	200,75	500,75	1000	2000	5000	—
$\sqrt{x^2+(y_z-s)^2}$ =	4,35	4,35	4,51	5,42	6,81	8,45	12,06	19,73	29,60	49,5	99,25	199,25	499,25	1000	2000	5000	—
$\sqrt{(x-2,4)^2+(y_z+s)^2}$ =	2,30	2,605	3,36	5,125	7,015	8,95	12,90	20,82	30,80	50,75	100,75	200,75	500,75	1000	2000	5000	—
$\sqrt{(x-2,4)^2+(y_z-s)^2}$ =	1,947	1,947	2,30	3,78	5,60	7,50	11,42	19,33	29,37	49,25	99,25	199,25	499,25	1000	2000	5000	—
$\sqrt{(x-4,1)^2+(y_z+s)^2}$ =	1,272	1,765	2,76	4,755	6,75	8,75	12,75	20,75	30,75	50,75	100,75	200,75	500,75	1000	2000	5000	—
$\sqrt{(x-4,1)^2+(y_z-s)^2}$ =	0,34	0,34	1,272	3,26	5,255	7,25	11,25	19,25	29,25	49,25	99,25	199,25	499,25	1000	2000	5000	—
$\sqrt{(x-6,5)^2+(y_z+s)^2}$ =	2,505	2,79	3,505	5,22	7,09	9,01	12,93	20,85	30,85	50,85	100,75	200,75	500,75	1000	2000	5000	—
$\sqrt{(x-6,5)^2+(y_z-s)^2}$ =	2,185	2,185	2,505	3,91	5,68	7,57	11,47	19,35	29,40	49,30	99,25	199,25	499,25	1000	2000	5000	—
v_1^g =	0,009	0,009	0,010	0,013	0,016	0,019	0,027	0,042	0,062	0,101	0,199	0,398	0,993	1,985	3,970	9,930	m/sek
$v_1^{g'}$ =	0,009	0,009	0,009	0,011	0,013	0,017	0,024	0,039	0,059	0,098	0,197	0,395	0,993	1,985	3,970	9,930	m/sek
v_2^g =	0,005	0,005	0,007	0,010	0,014	0,018	0,026	0,041	0,061	0,100	0,199	0,398	0,993	1,985	3,970	9,930	m/sek
$v_2^{g'}$ =	0,004	0,004	0,005	0,007	0,011	0,015	0,023	0,038	0,058	0,098	0,197	0,395	0,993	1,985	3,970	9,930	m/sek
v_3^g =	0,003	0,004	0,005	0,009	0,013	0,017	0,025	0,041	0,061	0,100	0,199	0,398	0,993	1,985	3,970	9,930	m/sek
$v_3^{g'}$ =	0,001	0,001	0,003	0,006	0,010	0,014	0,022	0,038	0,058	0,098	0,197	0,395	0,993	1,985	3,970	9,930	m/sek
v_4^g =	0,005	0,006	0,007	0,010	0,014	0,018	0,026	0,041	0,061	0,100	0,199	0,398	0,993	1,985	3,970	9,930	m/sek
$v_4^{g'}$ =	0,004	0,004	0,005	0,008	0,011	0,015	0,023	0,038	0,058	0,098	0,197	0,395	0,993	1,985	3,970	9,930	m/sek
μ_1 =	0,300	0,300	0,300	0,300	0,299	0,299	0,299	0,298	0,297	0,295	0,287	0,266	0,200	0,137	0,100	0,088	—
μ_1' =	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,299	0,299	0,298	0,297	0,295	0,287	0,266	0,200	0,137	0,100	0,088	—
μ_2 =	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,299	0,299	0,298	0,297	0,295	0,287	0,266	0,200	0,137	0,100	0,088	—
μ_2' =	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,299	0,298	0,297	0,295	0,287	0,266	0,200	0,137	0,100	0,088	—
μ_3 =	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,299	0,299	0,298	0,297	0,295	0,287	0,266	0,200	0,137	0,100	0,088	—
μ_3' =	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,299	0,298	0,297	0,295	0,287	0,266	0,200	0,137	0,100	0,088	—
μ_4 =	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,299	0,299	0,298	0,297	0,295	0,287	0,266	0,200	0,137	0,100	0,088	—
μ_4' =	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,299	0,298	0,297	0,295	0,287	0,266	0,200	0,137	0,100	0,088	—
K_1 =	0,52	0,70	1,00	1,37	1,56	1,66	1,76	1,81	1,82	1,82	1,78	1,65	1,24	0,85	0,62	0,55	t
K_1' =	—0,11	0,11	0,52	1,12	1,43	1,59	1,73	1,80	1,82	1,82	1,78	1,65	1,24	0,85	0,62	0,55	t
K_2 =	1,17	1,44	1,76	1,99	2,06	2,09	2,12	2,12	2,12	2,11	2,05	1,90	1,43	0,98	0,72	0,63	t
K_2' =	—0,28	0,28	1,17	1,85	2,01	2,07	2,11	2,12	2,12	2,11	2,05	1,90	1,43	0,98	0,72	0,63	t
K_3 =	2,31	2,33	2,34	2,35	2,35	2,34	2,34	2,33	2,32	2,31	2,25	2,08	1,57	1,07	0,78	0,69	t
K_3' =	—1,73	1,73	2,31	2,34	2,35	2,35	2,34	2,33	2,32	2,31	2,25	2,08	1,57	1,07	0,78	0,69	t
K_4 =	1,32	1,65	2,07	2,40	2,51	2,55	2,59	2,60	2,60	2,59	2,52	2,34	1,76	1,20	0,88	0,77	t
K_4' =	—0,30	0,30	1,32	2,19	2,44	2,52	2,59	2,60	2,60	2,59	2,52	2,34	1,76	1,20	0,88	0,77	t
ΣK_z =	5,32	6,12	7,17	8,11	8,48	8,64	8,81	8,86	8,86	8,83	8,60	7,97	6,00	4,10	3,00	2,64	t
$\Sigma K_z'$ =	—2,42	2,42	5,32	7,50	8,23	8,53	8,76	8,85	8,86	8,83	8,60	7,97	6,00	4,10	3,00	2,64	t
$\Sigma K_z - \Sigma K_z'$ =	7,74	3,70	1,85	0,61	0,25	0,11	0,05	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0	t
G_1 =	1,79	1,73	1,57	1,25	1,00	0,82	0,60	0,38	0,26	0,16	0,08	0,04	0,01	0	0	0	t
G_1' =	1,83	1,83	1,79	1,49	1,18	0,95	0,67	0,41	0,27	0,16	0,08	0,04	0,01	0	0	0	t
G_4 =	—2,28	—2,05	—1,87	—1,10	—0,81	—0,63	—0,44	—0,27	—0,18	—0,11	—0,06	—0,03	—0,01	0	0	0	t
G_4' =	—2,62	—2,62	—2,28	—1,46	—1,01	—0,75	—0,50	—0,29	—0,19	—0,11	—0,06	—0,03	—0,01	0	0	0	t
P_1 =	4,70	3,92	3,60	2,80	2,20	1,77	1,26	0,78	0,53	0,32	0,16	0,08	0,02	—	—	—	t
P_4 =	5,98	5,13	4,39	2,62	1,84	1,38	0,93	0,55	0,37	0,22	0,12	0,06	0,02	—	—	—	t
Y_1 =	2,87	2,09	1,81	1,31	1,02	0,82	0,59	0,37	0,26	0,16	0,08	0,04	0,01	—	—	—	t
Y_4 =	3,36	3,08	2,52	1,52	1,03	0,75	0,49	0,28	0,19	0,11	0,06	0,03	0,01	—	—	—	t
$K_1 + K_1' + \mu_1' \cdot Y_1$ =	1,27	1,44	2,06	2,88	3,30	3,50	3,67	3,72	3,72	3,69	3,58	3,31	2,48	1,70	1,24	1,10	t
$K_2 + K_2'$ =	0,89	1,72	2,93	3,84	4,07	4,16	4,23	4,24	4,24	4,22	4,10	3,80	2,86	1,96	1,42	1,26	t
$K_3 + K_3'$ =	0,58	4,06	4,65	4,69	4,70	4,69	4,68	4,66	4,64	4,62	4,50	4,16	3,14	2,14	1,56	1,38	t
$K_4 + K_4' + \mu_4 \cdot Y_4$ =	2,03	2,88	4,15	5,05	5,26	5,29	5,32	5,28	5,26	5,21	5,06	4,69	3,52	2,40	1,76	1,54	t
v_z^l =	0,001	0,002	0,004	0,008	0,012	0,016	0,024	0,040	0,060	0,099	0,199	0,397	0,994	1,988	3,97	9,94	m/sek
$v + v_z^l$ =	1,390	1,391	1,393	1,397	1,401	1,405	1,413	1,429	1,449	1,488	1,588	1,786	2,383	3,377	5,359	11,329	m/sek

Anlage II.

Übersicht der Rechnungsergebnisse der Lokomotive „D_0“ für alle untersuchten Betriebsfälle.

Fall Nr.		1	2	3	4	5	6	—
V	=	—	5	50	70	5	50	km/h
R	=	∞	700	700	700	200	200	m
s_n	=	25	25	25	25	25	25	‰
x	=	—	4,33	4,33	4,33	3,87	3,87	m
$Z_1+Z'_1$	=	3,71	3,72	3,45	3,30	3,66	2,87	t
$Z_2+Z'_2$	=	3,72	3,74	3,56	3,43	3,71	3,03	t
$Z_3+Z'_3$	=	3,72	3,74	3,58	3,44	3,71	3,06	t
$Z_4+Z'_4$	=	3,72	3,74	3,58	3,46	3,71	3,05	t
Z_{max}	=	14,87	14,94	14,17	13,63	14,79	12,01	t
y_1	=	—	26,25	12,00	11,00	16,00	6,75	m
y_2	=	—	3,58	3,24	2,83	2,80	1,79	m
y_3	=	—	0,92	0,90	0,89	0,94	0,84	m
y_4	=	—	1,59	1,46	1,40	2,09	1,52	m
v_1^g	=	0	0,054	0,267	0,348	0,118	0,587	m/sek
$v_1^{g'}$	=	0	0,051	0,239	0,322	0,109	0,496	m/sek
v_2^g	=	0	0,009	0,088	0,113	0,027	0,204	m/sek
$v_2^{g'}$	=	0	0,007	0,063	0,079	0,018	0,125	m/sek
v_3^g	=	0	0,003	0,033	0,045	0,012	0,111	m/sek
$v_3^{g'}$	=	0	0,001	0,006	0,006	0,002	0,017	m/sek
v_4^g	=	0	0,006	0,062	0,085	0,027	0,242	m/sek
$v_4^{g'}$	=	0	0,005	0,045	0,063	0,021	0,190	m/sek
μ_1	=	0,300	0,297	0,280	0,271	0,294	0,243	—
μ'_1	=	0,300	0,298	0,283	0,274	0,294	0,254	—
μ_2	=	0,300	0,300	0,295	0,294	0,299	0,286	—
μ'_2	=	0,300	0,300	0,297	0,296	0,299	0,293	—
μ_3	=	0,300	0,300	0,299	0,298	0,300	0,294	—
μ'_3	=	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,299	—
μ_4	=	0,300	0,300	0,297	0,296	0,299	0,282	—
μ'_4	=	0,300	0,300	0,298	0,297	0,299	0,287	—
K_1	=	—	1,82	1,66	1,60	1,80	1,38	t
K'_1	=	—	1,81	1,65	1,52	1,77	1,37	t
K_2	=	—	1,95	1,89	1,86	1,98	1,78	t
K'_2	=	—	1,75	1,68	1,55	1,74	1,22	t
K_3	=	—	2,31	2,31	2,31	2,36	2,27	t
K'_3	=	—	1,38	1,26	1,21	1,49	0,84	t
K_4	=	—	1,92	1,85	1,81	1,93	1,58	t
K'_4	=	—	0,92	0,81	0,74	1,19	0,69	t
ΣK_z	=	—	8,00	7,71	7,58	8,07	7,01	t
$\Sigma K'_z$	=	—	5,86	5,40	5,02	6,19	4,12	t
$\Sigma K_z - \Sigma K'_z$	=	—	2,14	2,31	2,56	1,88	2,89	t
G_1	=	—	0,29	0,56	0,59	0,42	0,71	t
G'_1	=	—	0,31	0,63	0,64	0,45	0,88	t
G_4	=	—	—1,79	—1,82	—1,83	—1,78	—1,83	t
G'_4	=	—	—2,47	—2,47	—2,46	—2,33	—2,36	t
P_1	=	—	0,87	1,60	1,68	1,24	2,05	t
P_4	=	—	4,53	4,70	4,74	4,48	4,65	t
Y_1	=	—	0,56	0,97	1,04	0,79	1,17	t
Y_4	=	—	2,74	2,88	2,91	2,70	2,82	t
μ_p	=	0,247	0,249	0,236	0,227	0,247	0,200	—

Anlage III.

Übersicht der Gleitgeschwindigkeiten, Reibungswerte und Reibungskräfte der Lokomotive „BB" (Fall 3).

R = 700 m, s_n = 25‰, V = 50 km/h, x = 4,33 m.

y_v =	0,5	1	2	4	6	8	12	20	30	50	100	200	500	m
v_1^g =	0,089	0,093	0,102	0,128	0,159	0,192	0,267	0,420	0,615	1,020	2,000	3,980	9,930	m/sek
$v_1^{g'}$ =	0,086	0,086	0,089	0,107	0,135	0,168	0,239	0,391	0,588	0,980	1,980	3,960	9,910	m/sek
v_2^g =	0,046	0,052	0,067	0,102	0,139	0,178	0,256	0,414	0,611	1,010	2,000	3,980	9,930	m/sek
$v_2^{g'}$ =	0,039	0,039	0,046	0,075	0,111	0,149	0,226	0,384	0,584	0,980	1,980	3,960	9,910	m/sek
v_3^g =	0,025	0,035	0,055	0,094	0,134	0,174	0,253	0,412	0,610	1,010	2,000	3,980	9,930	m/sek
$v_3^{g'}$ =	0,007	0,007	0,025	0,065	0,104	0,144	0,223	0,382	0,580	0,980	1,980	3,960	9,910	m/sek
v_4^g =	0,050	0,055	0,070	0,078	0,141	0,179	0,256	0,414	0,612	1,020	2,000	3,980	9,930	m/sek
$v_4^{g'}$ =	0,043	0,043	0,050	0,103	0,113	0,150	0,228	0,384	0,584	0,980	1,980	3,960	9,910	m/sek
μ_1 =	0,295	0,295	0,294	0,293	0,290	0,287	0,280	0,263	0,240	0,198	0,137	0,100	0,088	—
μ_1' =	0,296	0,296	0,295	0,294	0,292	0,289	0,283	0,266	0,242	0,202	0,137	0,100	0,088	—
μ_2 =	0,298	0,298	0,297	0,294	0,292	0,288	0,281	0,264	0,240	0,198	0,137	0,100	0,088	—
μ_2' =	0,298	0,298	0,298	0,296	0,294	0,291	0,284	0,267	0,242	0,202	0,137	0,100	0,088	—
μ_3 =	0,299	0,298	0,297	0,295	0,292	0,289	0,281	0,264	0,240	0,198	0,137	0,100	0,088	—
μ_3' =	0,300	0,300	0,299	0,297	0,294	0,291	0,284	0,267	0,242	0,202	0,137	0,100	0,088	—
μ_4 =	0,298	0,297	0,297	0,296	0,292	0,288	0,281	0,264	0,240	0,198	0,137	0,100	0,088	—
μ_4' =	0,298	0,298	0,298	0,294	0,294	0,291	0,284	0,267	0,242	0,202	0,137	0,100	0,088	—
K_1 =	0,51	0,69	0,98	1,34	1,51	1,59	1,65	1,60	1,47	1,22	0,85	0,62	0,55	t
K_1' =	—0,11	0,11	0,51	1,10	1,39	1,54	1,64	1,61	1,48	1,25	0,85	0,62	0,55	t
K_2 =	1,16	1,43	1,74	1,95	2,01	2,01	1,99	1,88	1,71	1,42	0,98	0,71	0,63	t
K_2' =	—0,28	0,28	1,16	1,82	1,97	2,01	2,00	1,90	1,73	1,44	0,98	0,71	0,63	t
K_3 =	2,30	2,31	2,32	2,31	2,29	2,26	2,20	2,06	1,88	1,55	1,07	0,78	0,69	t
K_3' =	—1,73	1,73	2,30	2,32	2,30	2,28	2,22	2,09	1,89	1,58	1,07	0,78	0,69	t
K_4 =	1,31	1,63	2,05	2,37	2,44	2,45	2,43	2,30	2,10	1,74	1,20	0,88	0,78	t
K_4' =	—0,30	0,30	1,31	2,15	2,39	2,44	2,45	2,33	2,12	1,77	1,20	0,88	0,78	t
ΣK_z =	5,28	6,06	7,09	7,97	8,25	8,31	8,27	7,84	7,16	5,93	4,10	2,99	2,65	t
$\Sigma K_z'$ =	—2,42	2,42	5,28	7,39	8,05	8,27	8,31	7,93	7,22	6,04	4,10	2,99	2,65	t
$\Sigma K_z - \Sigma K_z'$ =	7,70	3,64	1,81	0,58	0,20	0,04	—0,04	—0,09	—0,06	—0,11	0	0	0	t
G_1 =	1,76	1,70	1,54	1,22	0,97	0,79	0,56	0,34	0,21	0,11	0,04	0,02	0	t
G_1' =	1,80	1,80	1,76	1,46	1,15	0,92	0,63	0,37	0,22	0,11	0,04	0,02	0	t
G_4 =	—2,26	—2,03	—1,85	—1,09	—0,79	—0,61	—0,41	—0,24	—0,15	—0,07	—0,03	—0,01	0	t
G_4' =	—2,60	—2,60	—2,26	—1,43	—0,99	—0,73	—0,48	—0,26	—0,16	—0,08	—0,03	—0,01	0	t
P_1 =	4,55	3,95	3,54	2,76	2,15	1,71	1,18	0,72	0,44	0,22	0,08	0,04	0	t
P_4 =	5,85	5,08	4,35	2,60	1,81	1,34	0,88	0,51	0,32	0,11	0,04	0,02	0	t
Y_1 =	2,75	2,15	1,78	1,30	1,00	0,79	0,55	0,35	0,22	0,14	0,06	0,02	0	t
Y_4 =	3,59	3,05	2,50	1,51	1,02	0,73	0,47	0,27	0,17	0,07	0,03	0,01	0	t
$Z_{\overline{12}}$ =	2,10	3,15	4,92	6,59	7,17	7,38	7,44	7,08	6,44	5,36	3,67	2,66	2,36	t
$Z_{\overline{34}}$ =	2,55	6,88	8,72	9,59	9,72	9,64	9,43	8,85	8,03	6,65	4,54	3,32	2,94	t
$v + v_v^1$ =	13,89	13,90	13,92	13,959	13,999	14,039	14,118	14,277	14,475	14,873	15,865	17,850	23,810	m/sek

Anlage IV.

Übersicht der Rechnungsergebnisse der Lokomotive „BB" für alle untersuchten Betriebsfälle.

Fall Nr.		1	2	3	4	5	6	—
V	=	—	5	50	70	5	50	km/h
R	=	∞	700	700	700	200	200	m
s_n	=	25	25	25	25	25	25	‰
x	=	—	4,33	4,33	4,33	3,87	3,87	m
$Z_{\overline{12}}$	=	7,99	7,91	7,44	7,27	7,77	6,56	t
$Z_{\overline{34}}$	=	7,99	7,93	7,76	7,48	7,87	6,94	t
Z_{max}	=	15,98	15,84	15,20	14,75	15,64	13,50	t
$y_{\overline{12}}$	=	—	20,0	12,0	9,0	12,0	5,45	m
$y_{\overline{34}}$	=	—	1,35	1,32	1,26	1,43	1,19	m
v_1^g	=	0	0,042	0,267	0,296	0,093	0,508	m/sek
$v_1^{g'}$	=	0	0,039	0,239	0,260	0,083	0,424	m/sek
v_2^g	=	0	0,041	0,256	0,276	0,089	0,443	m/sek
$v_2^{g'}$	=	0	0,038	0,226	0,237	0,079	0,342	m/sek
v_3^g	=	0	0,004	0,041	0,056	0,015	0,135	m/sek
$v_3^{g'}$	=	0	0,001	0,012	0,016	0,005	0,035	m/sek
v_4^g	=	0	0,006	0,060	0,082	0,024	0,257	m/sek
$v_4^{g'}$	=	0	0,004	0,044	0,062	0,019	0,185	m/sek
μ_1	=	0,300	0,298	0,280	0,277	0,296	0,252	—
μ_1'	=	0,300	0,298	0,283	0,281	0,296	0,263	—
μ_2	=	0,300	0,298	0,281	0,279	0,296	0,260	—
μ_2'	=	0,300	0,298	0,284	0,283	0,296	0,272	—
μ_3	=	0,300	0,300	0,298	0,297	0,299	0,292	—
μ_3'	=	0,300	0,300	0,300	0,299	0,300	0,298	—
μ_4	=	0,300	0,300	0,297	0,296	0,299	0,281	—
μ_4'	=	0,300	0,300	0,298	0,297	0,299	0,288	—
K_1	=	—	1,78	1,63	1,57	1,73	1,35	t
K'_1	=	—	1,78	1,63	1,53	1,72	1,28	t
K_2	=	—	2,12	1,98	1,96	2,02	1,82	t
K'_2	=	—	2,12	2,00	1,96	2,10	1,66	t
K_3	=	—	2,34	2,32	2,32	2,34	2,27	t
K'_3	=	—	2,21	2,20	2,34	2,23	2,05	t
K_4	=	—	1,85	1,81	1,76	1,68	1,28	t
K'_4	=	—	0,71	0,67	0,60	0,66	0,41	t
ΣK_z	=	—	8,09	7,74	7,61	7,77	6,72	t
$\Sigma K'_z$	=	—	6,82	6,50	6,43	6,71	5,40	t
$\Sigma K_z - \Sigma K'_z$	=	—	1,27	1,24	1,18	1,06	1,32	t
G_1	=	—	0,37	0,55	0,70	0,53	0,84	t
G'_1	=	—	0,40	0,63	0,80	0,59	1,05	t
G_4	=	—	—1,96	—1,90	—1,90	—2,02	—1,73	t
G'_4	=	—	—2,53	—2,55	—2,55	—2,55	—2,45	t
P_1	=	—	0,99	1,32	1,63	1,31	2,10	t
P_4	=	—	4,71	4,59	4,59	4,76	4,39	t
Y_1	=	—	0,59	0,69	0,83	0,72	1,05	t
Y_4	=	—	2,75	2,69	2,69	2,74	2,66	t
μ_p	=	0,266	0,264	0,253	0,246	0,261	0,225	—